WA-2904

WA-2904

B. A. / B. Sc. (Semester-II) Examination, June - 2024

MATHEMATICS

PAPER - MAT-201

MATHEMATICS - II

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 70

This question paper contains two sections as under :

Section-A ***खण्ड – अ*** ***Max. Marks-20***

This section will have 10 questions, having 02 questions from each unit. Answer in about 20 words. All questions will have equal marks. (10×2=20)

इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से 02 लघु प्रश्न लेते हुए कुल 10 प्रश्न होंगे। प्रत्येक लघु प्रश्न का उत्तर लगभग 20 शब्दों में हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (10×2=20)

Section-B ***खण्ड – ब*** ***Max. Marks-50***

This section will have 10 questions, having 02 questions from each unit, one question to be attempted from each unit. Words limit approximately 400 words. Questions may have sub divisions. All questions will have equal marks. (10×5=50)

यह खण्ड 10 प्रश्नों का होगा (प्रत्येक इकाई से 02 प्रश्न), जिसमें प्रत्येक इकाई के आंतरिक चयन में से 01 प्रश्न का उत्तर देना होगा। उत्तर लगभग 400 शब्द प्रति प्रश्न हो। प्रश्नों के उपविभाग हो सकते हैं। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (10×5=50)

SECTION - A / खण्ड – अ

1 (i) Define characteristic of a field with an example.
उदाहरण सहित किसी क्षेत्र के अभिलक्षण को परिभाषित करें।

(ii) State generalized form of Chinese Remainder Theorem.
चाइनीज़ शेषफल प्रमेय के व्यापक रूप का कथन लिखिए।

(iii) Define total differential coefficient and write its formula.
सम्पूर्ण अवकल गुणांक को परिभाषित कीजिए तथा इसका सूत्र भी लिखिए।

(iv) Write a test for concavity and convexity of a curve with respect to x-axis.
x-अक्ष के सापेक्ष किसी वक्र की अवतलता और उत्तलता के लिए एक परीक्षण लिखें।

(v) Evaluate / मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^\infty \frac{x^2(1+x^4)}{(1+x)^{10}}\,dx$$

(vi) Write the Liouville's extension of Dirichlet integral.
डिरिचलेट समाकल का लिवेली व्यापकीकरण लिखिए।

(vii) Write the equation of the circle described on the line joining of the points (r_1, θ_1) and (r_2, θ_2) as diameter.
दो बिन्दुओं (r_1, θ_1) तथा (r_2, θ_2) को मिलाने वाली रेखा को व्यास मान कर खींचे गये वृत्त का समीकरण लिखिए।

(viii) Define power of a point with respect to a sphere.
किसी गोले के सापेक्ष एक बिंदु की शक्ति को परिभाषित कीजिए।

(ix) Define diamentral plane of a conicoid.
शांकवज के व्यास समतल को परिभाषित कीजिए।

(x) Write the condition that the conicoid $ax^2+by^2+cz^2=1$ to be a hyperboloid of two sheets.
शांकवज $ax^2+by^2+cz^2=1$ के द्विपृष्ठी अतिपरवलयज होने का प्रतिबन्ध लिखिए।

10×2=20

SECTION - B / खण्ड – ब

UNIT - I / इकाई – I

2 State and prove the Cayley's theorem.
केली प्रमेय कथन लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

10

OR / अथवा

2 (a) If $a|bc$ and $(a, b)=1$, then show that $a|c$.
यदि $a|bc$ तथा $(a, b)=1$ तो प्रदर्शित कीजिए $a|c$.

(b) Find the general solution of $70x+112y=168$ by Euclid algorithm.
यूक्लिड एल्गोरिथम विधि से $70x+112y=168$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिये।

5+5

UNIT - II / इकाई – II

3 If $u = x\phi(y/x) + \psi(x/y)$, then prove that
यदि $u = x\phi(y/x) + \psi(x/y)$, तो सिद्ध कीजिए कि

$$x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

10

OR / अथवा

3 Trace the following curve :
निम्नलिखित वक्र का अनुरेखण कीजिए :

$$x^2y^2 = (1+y)^2(4-y^2)$$

10

UNIT - III / इकाई – III

4 (a) Find the whole area of the curve $r = a\sin 2\theta$.
वक्र $r = a\sin 2\theta$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

(b) Prove that
सिद्ध कीजिए कि

$$\int_0^\infty e^{-a^2x^2}\cos 2bx\,dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2a}e^{-\frac{b^2}{a^2}}$$

5+5

OR / अथवा

https://www.uokonline.com

4 Change the order of the integration in the following double integral.
निम्नलिखित द्वि समाकलन में समाकलन का क्रम परिवर्तित कीजिये।

$$\int_0^{2a}\int_{\sqrt{2ax-x^2}}^{\sqrt{2ax}} f(x,y)\,dx\,dy$$

10

UNIT - IV / इकाई – IV

5 (a) Prove that the equation to the locus of the foot of the perpendicular from focus of the conic $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$ on a tangent to it is $r^2(e^2-1) - 2ler\cos\theta + l^2 = 0$. Also discuss the case when $e = 1$.
सिद्ध कीजिए कि शांकव $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$ की नाभि से स्पर्श रेखा पर डाले गए लम्ब के पाद बिन्दुपथ $r^2(e^2-1) - 2ler\cos\theta + l^2 = 0$ है। उस स्थिति का विवेचना की भी चर्चा करें जब $e = 1$ हो।

(b) Find the centre and radius of the circle
$x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z = 11,\ x + 2y + 2z = 15$
वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z = 11,\ x + 2y + 2z = 15$ का केंद्र और त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

5+5

OR / अथवा

https://www.uokonline.com

5 (a) Find the equation of the sphere which passes through the circle $x^2+y^2+z^2=5$, $x+2y+2z=3$ and touches the plane $4x+3y=15$.

उन गोलों का समीकरण ज्ञात कीजिए जो वृत्त $x^2+y^2+z^2=5$, $x+2y+2z=3$ से होकर जाते हैं और समतल $4x+3y=15$ को स्पर्श करते हैं।

(b) Three spheres of radii r_1, r_2, r_3 have their centres at points $A(a, 0, 0)$, $B(0, b, 0)$, $C(0, 0, c)$ respectively. A fourth sphere passes through origin and the points A, B and C. Find the radical centre of these four spheres and if $r_1^2+r_2^2+r_3^2=a^2+b^2+c^2$, prove that radical centre lies on the plane $ax+by+cz=0$.

r_1, r_2, r_3 त्रिज्याओं वाले तीन गोलों के केंद्र क्रमशः $A(a, 0, 0)$, $B(0, b, 0)$, $C(0, 0, c)$ हैं। एक चौथा गोला मूल बिंदु तथा A, B और C से होकर गुजरता है। इन चार गोलों का मूलाक्ष केंद्र ज्ञात कीजिए और सिद्ध करें कि, यदि $r_1^2+r_2^2+r_3^2=a^2+b^2+c^2$ हो तो मूलाक्ष केंद्र $ax+by+cz=0$ पर स्थित होगा।

5+5

6 Find the locus of the straight lines drawn through a fixed point (α, β, γ) and are at right angles to their polars with respect to the conicoid $ax^2+by^2+cz^2=1$.

उन रेखाओं का रेखा पथ ज्ञात करो जो एक स्थिर बिंदु (α, β, γ) से गुजरती हों तथा शांकवज $ax^2+by^2+cz^2=1$ के सापेक्ष उनकी ध्रुवियों के लंबवत हों।

10

OR / अथवा

6 Prove that the pole of the plane PQR lies on the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=3$, where OP, OQ, OR are semi-conjugate diameters of the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$.

सिद्ध करो कि समतल PQR का ध्रुव दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=3$ पर स्थित है, जहाँ OP, OQ, OR दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ के संयुग्मी अर्धव्यास हैं।

10