UD-2904

B. A. / B. Sc. (Sem. - II) Examination, June - 2025

MATHEMATICS

Paper - MAT201

Mathematics - II

Time Allowed : **Three Hours**

Maximum Marks : **70**

This question paper contains two sections as under :

SECTION - A

खण्ड – अ

1 (i) Define Group Morphism.

समूह समाकारिता को परिभाषित कीजिए।

(ii) Define Field.

क्षेत्र की परिभाषा दीजिए।

(iii) Define Asymptotes and its types.

अनन्तस्पर्शियों की परिभाषा एवं इसके प्रकार दीजिए।

(iv) Define Homogeneous function.

समघात फलन की परिभाषा दीजिए।

(v) What is Quadrature and Rectification?

क्षेत्र कलन एवं चाप कलन किसे कहते हैं ?

https://pyqielo.com

(vi) Give statement of Liouville's extension of Dirichlet's integral.

डिरिचलेट समाकल के लिवेली प्रसार का कथन दो।

(vii) Define Tangent line and Tangent plane of a sphere.

गोले की स्पर्श रेखा एवं स्पर्श समतल की परिभाषा दीजिए।

(viii) Write the Polar equation of the normal at any point of a conic.

शांकव के किसी बिन्दु पर अभिलम्ब का ध्रुवीय समीकरण लिखिए।

(ix) Define Polar plane of a point.

एक बिन्दु का ध्रुवीय तल (शांकवज के सापेक्ष) क्या होता है ?

(x) What are principal planes?

मुख्य समतल की परिभाषा दीजिए।

SECTION - B

खण्ड – ब

UNIT - I

इकाई – I

2 (a) Show that the set of real numbers of the form $m + n\sqrt{2}, m, n \in Z$ with ordinary addition and multiplication of numbers forms a ring. Is it a field?

सिद्ध कीजिए कि $\left(m + n\sqrt{2}\right), m, n \in Z$ रूप के वास्तविक संख्याओं का समुच्चय, साधारण योग व गुणन संक्रिया के साथ एक वलय बनाता है। क्या यह क्षेत्र है ?

(b) Show that if a, b are positive integers and $a \mid b$ and $b \mid a \Leftrightarrow a = b$.

यदि a तथा b धनात्मक पूर्णांक हैं तथा $a \mid b$ एवं $b \mid a \Leftrightarrow a = b$, सिद्ध कीजिए।

OR / अथवा

https://pyqielo.com

(a) Prove that a finite commutative ring without zero divisors is a field.

सिद्ध करो कि एक परिमित आबेली वलय (शून्य भाजक रहित) एक क्षेत्र होता है।

(b) Prove that there are infinite numbers of primes.

सिद्ध कीजिए अभाज्य संख्याएँ अनन्त होती हैं।

UNIT - II

इकाई – II

3 (a) Transform the given equation by the substitution $x = \tan z$:

दी गई समीकरण को प्रतिस्थापन $x = \tan z$ रखकर परिवर्तित कीजिए :

$$\left(1-x^2\right)\frac{d^2y}{dx^2}+2x\left(1+x^2\right)\frac{dy}{dx}+y=0$$

(b) If $u_1=\frac{x_2x_3}{x_1}, u_2=\frac{x_3x_1}{x_2}, u_3=\frac{x_1x_2}{x_3}$,

prove that $\frac{\partial\left(u_1,u_2,u_3\right)}{\partial\left(x_1,x_2,x_3\right)}=4$.

यदि $u_1=\frac{x_2x_3}{x_1}, u_2=\frac{x_3x_1}{x_2}, u_3=\frac{x_1x_2}{x_3}$,

सिद्ध कीजिए $\frac{\partial\left(u_1,u_2,u_3\right)}{\partial\left(x_1,x_2,x_3\right)}=4$.

OR / अथवा

(a) Trace the curve :

वक्र का अनुरेखण कीजिए :

$r = a + b\cos\theta;\ a < b$

https://pyqlelo.com

(b) Find the asymptotes of the following curve:

निम्न वक्र की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए :

$$x^3 - 5x^2y + 8xy^2 - 4y^3 + x^2 - 3xy + 2y^2 - 1 = 0$$

(c) Find the points of inflexion of the following curve:

निम्न वक्र के नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए :

$$y\left(a^2 + x^2\right) = x^3$$

3+4+3=10

UNIT - III

इकाई – III

4 (a) Find the area included between the following curve and its asymptote.

निम्न वक्र तथा इसके अनन्तस्पर्शी के मध्य क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

$$y^2(a - x) = x^3$$

(b) If s be the length of the arc of the catenary $y = c\cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ from the vertex $(0, c)$ to the point (x, y); prove that $s^2 = y^2 - c^2$

यदि कैटिनरी $y = c\cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ के शीर्ष $(0, c)$ से किसी बिन्दु (x, y) तक चाप की लम्बाई s हो तो सिद्ध कीजिए :

$$s^2 = y^2 - c^2$$

OR / अथवा

(a) Prove that / सिद्ध कीजिए :–

$$\int_0^1 \sqrt{\left(1 - x^4\right)}\,dx = \frac{\left[\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)\right]^2}{6\sqrt{2\pi}}$$

(b) Evaluate / मान ज्ञात कीजिए :–

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1+x^2}} \frac{dxdy}{\left(1 + x^2 + y^2\right)}$$

(c) Find the volume in the first octant bounded by the cylinders :

निम्न बेलनों से परिबद्ध प्रथम अष्टांशक में आयतन ज्ञात कीजिए :

$$x^2 + y^2 = a^2 \text{ and } x^2 + z^2 = a^2$$

3+3+4=10

https://pyqlelo.com

UNIT - IV

इकाई – IV

5 (a) Derive polar equation of the tangent at any point of a conic.

शांकव के किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा का ध्रुवीय समीकरण व्युत्पन्न कीजिए।

(b) A sphere of constant radius k passes through the origin and meets the axes in A, B, C; prove that the centroid of the ΔABC lies on the sphere

$9\left(x^2+y^2+z^2\right)=4k^2$.

अचर त्रिज्या k का गोला मूल बिन्दु से गुजरता है एवं निर्देशी अक्षों को A, B, C पर काटता है। सिद्ध कीजिए कि ΔABC के केन्द्रक का बिन्दुपथ $9\left(x^2+y^2+z^2\right)=4k^2$ है।

OR / अथवा

(a) Find the equation of the sphere which passes through (α, β, γ) and the circle

$x^2+y^2=a^2; z=0$.

बिन्दु (α, β, γ) और वृत्त $x^2+y^2=a^2; z=0$ से गुजरने वाले गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए।

(b) Find the equation to the sphere that passes through the circle :

$x^2+y^2+z^2-2x+3y-4z+6=0$;

$3x-4y+5z-15=0$ and cuts orthogonally the sphere

$x^2+y^2+z^2+2x+4y-6z+11=0$.

निम्न वृत्त से गुजरने वाले गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए :

$x^2+y^2+z^2-2x+3y-4z+6=0$;

$3x-4y+5z-15=0$ जो कि निम्न गोले को लाम्बिक रूप से काटता है :

$x^2+y^2+z^2+2x+4y-6z+11=0$.

UNIT - V

इकाई – V

6 (a) Derive to find the locus of the mid points of the parallel chords of an ellipsoid.

किसी दीर्घवृत्तज की समान्तर रेखाओं के मध्य बिन्दुओं का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए।

(b) Prove that the sum of the squares of the reciprocal of three mutually perpendicular semi-diameters of an ellipsoid $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ is constant.

सिद्ध करो कि दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ के किन्हीं तीन परस्पर लम्बवत् अर्धव्यास के व्युत्क्रमों के वर्गों का योगफल अचर होता है।

OR / अथवा

(a) Derive to find the equation of the enveloping cone of the conicoid $ax^2+by^2+cz^2=1$ with its vertex at $A(x_1, y_1, z_1)$.

शांकवज $ax^2+by^2+cz^2=1$ के अन्वालोपी शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष बिन्दु $A(x_1, y_1, z_1)$ है।

(b) Prove that the locus of the pole of the plane $lx+my+nz=p$ w.r.t. the system of conicoid

$$\frac{x^2}{(a^2+\lambda)}+\frac{y^2}{(b^2+\lambda)}+\frac{z^2}{(c^2+\lambda)}=1.$$

Where λ is the parameter, is a straight line perpendicular to the given plane.

https://pyqlelo.com

सिद्ध कीजिए कि शांकवज

$$\frac{x^2}{(a^2+\lambda)}+\frac{y^2}{(b^2+\lambda)}+\frac{z^2}{(c^2+\lambda)}=1$$ जहाँ

λ प्राचल है, के सापेक्ष समतल

$lx+my+nz=p$ के ध्रुव का बिन्दुपथ दिए समतल के लम्बवत् एक सरल रेखा होती है।

---

https://pyqlelo.com