KJ-2905

KJ-2905

B. A. / B. Sc. (Sem. III) Examination, December, 2024

MATHEMATICS

Paper - MAT301

MATHEMATICS-3

Time Allowed : **Three Hours**

Max. Marks : **70**

This question paper contains two sections as under :

SECTION - A **खण्ड – अ** **Max. Marks 20**

This section will have 10 questions, having 02 questions form each unit. Answer in about 20 words. All questions will have equal marks. (2×10=20)

इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से 02 लघु प्रश्न लेते हुए कुल 10 प्रश्न होंगे। प्रत्येक लघु प्रश्न का उत्तर लगभग 20 शब्दों में हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (2×10=20)

SECTION - B **खण्ड – ब** **Max. Marks 50**

This section will have 10 questions, having 02 questions from each unit, one question to be attempted from each unit. Words limit approximately 400 words. Questions may have sub divisions. All questions will have equal marks. (5×10=50)

यह खण्ड 10 प्रश्नों का होगा (प्रत्येक इकाई से 02 प्रश्न), जिसमें प्रत्येक इकाई के आंतरिक चयन में से 01 प्रश्न का उत्तर देना होगा। उत्तर लगभग 400 शब्द प्रति प्रश्न हो। प्रश्नों के उपविभाग हो सकते है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (5×10 50)

https://www.uokonline.com

SECTION - A

खण्ड – अ

1 (i) Define Archimedean ordered field.
आर्किमिडीय क्रमित क्षेत्र परिभाषित कीजिए।

(ii) Write the statement of Bolzano-Weierstrass theorem.
बॉलजनो वाइस्ट्रास प्रमेय का कथन लिखिए।

(iii) Write the statement of Role's mean value theorem.
रॉलेज़ की मध्यमान प्रमेय का कथन लिखिए।

(iv) What is Maclaurine's series?
मेकलारिन श्रेणी किसे कहते हैं?

(v) Write the Bernoulli's equation.
बरनौली समीकरण किसे कहते हैं?

(vi) Write necessary and sufficient conditions for a differential equation of first order and first degree $Mdx + Ndy = 0$ to be exact.
प्रथम कोटी एवं प्रथम घात की अवकल समीकरण $Mdx + Ndy = 0$ के यथायथ समीकरण होने की आवश्यक एवं पर्याप्त शर्त लिखिए।

(vii) Write necessary and sufficient conditions for integrability of single differential equation $Pdx + Qdy + Rdz = 0$.
समीकरण $Pdx + Qdy + Rdz = 0$ की समाकलनीयता के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त शर्त लिखिए।

(viii) Write an example of Linear Differential Equations with constant coefficients..
अचर गुणांकों वाले रैखिक अवकल समीकरण का एक उदाहरण लिखिए।

(ix) Define Dynamic Friction.
गतिक घर्षण को परिभाषित कीजिए।

(x) Wrtie the Cartesian. Equation of the catenary.
साधारण कैटिनरी का कार्तीय समीकरण लिखिए।

SECTION - B

खण्ड – ब

UNIT - I

इकाई – I

2 Prove, between two different real numbers there lie on infinite number of rational numbers.
किन्हीं दो भिन्न वास्तविक संख्याओं के मध्य अनन्त परिमेय संख्याएँ विद्यमान होती है – सिद्ध कीजिए।

OR / अथवा

The intersection of a finite collection of open sets is an open set. Prove it.
विवृत समुच्चयों का प्रत्येक परिमित सर्वनिष्ठ निर्धारण एवं विवृत समुच्चय होता है– सिद्ध कीजिए।

UNIT - II

इकाई – II

3 To test the continuity at $x_1 = 2$ of a function $f(x) = x^2 + 1$, find a value of δ for a given $\epsilon > 0$. In particular, find a value of δ when $\epsilon = 1/10$.

बिन्दु $x_1 = 2$ पर फलन $f(x) = x^2 + 1$ के सांतत्य की जाँच करने हेतु दिए हुए $\epsilon > 0$ के लिए δ का मान ज्ञात कीजिए विशेषः अगर $\epsilon = 1/10$ हो, तो δ का एक मान बताइए। ,

OR / अथवा

Prove that the function

$f(x) = |x-1| + 2|x-2| + 3|x-3|; x \in R$ is continuous but not differentiable at $x = 1, 2, 3$.

सिद्ध कीजिए कि फलन

$f(x) = |x-1| + 2|x-2| + 3|x-3|; x \in R$ बिन्दुओं $x = 1, 2, 3$ पर सतत है, परन्तु अवकलनीय नहीं है।

https://www.uokonline.com

UNIT - III

इकाई – III

4 Solve:

हल कीजिए:

$$\left(1 + e^{x/y}\right) dx + e^{x/y}\left[1 - \left(x/y\right)\right] dy = 0$$

OR / अथवा

Examine the following equation for singular solution and extraneous loci, if any.

$$x^3P^2 + x^2yP + a^3 = 0$$

निम्न समीकरण के विचित्र हल एवं बाह्य अन्वालोप यदि हो तो ज्ञात कीजिए।

$$x^3P^2 + x^2yP + a^3 = 0$$

UNIT - IV

इकाई – IV

5 Solve :

हल कीजिए:

$$\left\{(D+2)(D-1)^3\right\} y = e^x$$

OR / अथवा

Solve :

हल कीजिए:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \cot x \frac{dy}{dx} - (1 - \cot x)y = e^x \sin x .$$

UNIT - V

इकाई – V

6 The moments of a given system of coplaner forces about three points (2, 0), (0, 2) and (2, 2) in their plane are 3, 4 and 10 units respectively. Find the magnitude of the resultant force and prove that it acts along the line $6x + 7y = 6$.

किसी दिए गए समतलीय बल निकाय के बिन्दुओं (2, 0), (0,2) और (2,2) के सापेक्ष आघूर्ण क्रमशः 3, 4 और 10 इकाई है। परिणामी बल का परिमाण ज्ञात कीजिए और सिद्ध कीजिए कि यह रेखा $6x + 7y = 6$ के अनुदिश क्रियाशील है।

OR / अथवा

Two rough particles connected by a light string rest on an inclined plane. If their weights and corresponding coefficients of friction are w_1, w_2 and μ_1, μ_2 respectively, show that greatest inclination of the plane for equilibrium is:

$$\tan^{-1}\left(\frac{\mu_1 w_1 + \mu_2 w_2}{w_1 + w_2}\right).$$

दो खुरदरे कण जिसका भार व घर्षण गुणांक क्रमशः w_1, w_2 तथा μ_1, μ_2 है, एक भारहीन रस्सी से जुड़े हुए किसी धरातल पर साम्यावस्था में है तो सिद्ध कीजिए कि धरातल का अधिकतम झुकाव होगा :

$$\tan^{-1}\left(\frac{\mu_1 w_1 + \mu_2 w_2}{w_1 + w_2}\right).$$