UC-2906

B.A./B.Sc. (Sem.-IV) Examination, June-2025

MATHEMATICS

PAPER – MAT401

MATHEMATICS-4

Time Allowed : **Three Hours**

Max. Marks : **70**

Note : This question paper contains two sections as under :

Section-A खण्ड–अ ***Max. Marks-20***

This section will have 10 questions, having 02 questions from each unit. Answer in about 20 words. All questions will have equal marks. (02×10=20)

इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से 02 लघुप्रश्न लेते हुए कुल 10 प्रश्न होंगे। प्रत्येक लघुप्रश्न का उत्तर लगभग 20 शब्दों में हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (02×10=20)

Section-B खण्ड–ब ***Max. Marks-50***

This section will have 10 questions, having 02 questions from each unit, one question to be attempted from each unit. Words limit approximately 400 words. Questions may have sub divisions. All questions will have equal marks. (10×05=50)

यह खण्ड 10 प्रश्नों का होगा (प्रत्येक इकाई से 02 प्रश्न), जिसमें प्रत्येक इकाई के आंतरिक चयन में से 01 प्रश्न का उत्तर देना होगा। उत्तर लगभग 400 शब्द प्रति प्रश्न हो। प्रश्नों के उपविभाग हो सकते हैं। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (10×05=50)

https://pyqlelo.com

SECTION - A

खण्ड – अ

1 (a) Define Cauchy's sequence and convergent sequence.

कोशी अनुक्रम एवं अभिसारी अनुक्रम को परिभाषित कीजिए।

(b) State Cauchy's general principle and fundamental sequence.

कोशी के सामान्य सिद्धान्त एवं मूल अनुक्रम का कथन दीजिए।

(c) Define Darboux sums.

डार्बू योग की परिभाषा दीजिए।

(d) Define Riemann Integral.

रीमान समाकल की परिभाषा दो।

(e) Define Partial differential equation.

आंशिक अवकल समीकरण की परिभाषा दीजिए।

(f) What is Charpit's Auxiliary equation or Characteristics equation?

चारपिट की सहायक समीकरण या अभिलाक्षणिक समीकरण लिखिए।

(g) Define Simple Harmonic Motion.

सरल आवर्त गति की परिभाषा दीजिए।

(h) State Hooke's law for elastic strings.

प्रत्यास्थ डोरियों के लिए हुक का नियम दीजिए।

(i) Define Projectile and Trajectory.

प्रक्षेप्य एवं प्रक्षेप्य पथ को परिभाषित कीजिए।

(j) What is impact?

संघट्ट क्या है?

https://pyqlelo.com

SECTION - B
खण्ड – ब

UNIT - I
इकाई – I

2 (a) A monotonically increasing sequence $< x_n >$ is convergent iff it is bounded and in that case $\lim x_n = sup < x_n >$.

एकदिष्ट वर्धमान अनुक्रम $< x_n >$ अभिसारी होती है यदिदि ($\Leftrightarrow$) अनुक्रम परिबद्ध हो तथा उस स्थिति में $\lim x_n = sup < x_n >$

(b) Show that the following sequences converge to 1 :

सिद्ध करो कि निम्न अनुक्रम '1' को अभिसृत होते हैं :

(i) $< x_n >$, where (जहाँ) $x_1 = \frac{1}{2}$

and (और) $x_{n+1} = \frac{2x_n + 1}{3}$

(ii) $\left\langle n^{1/n} \right\rangle$

OR/अथवा

3 (a) The necessary (but not sufficient) condition for the convergence of a series $\sum u_n$ is that $\lim\ u_n = 0$ *i.e.*

$\sum u_n$ is convergent $\Rightarrow \lim u_n = 0$.

प्रत्येक श्रेणी के अभिसारी होने के लिए यह आवश्यक (किन्तु पर्याप्त नहीं) है कि $\lim u_n = 0$.

(b) Examine the following series for convergence :

निम्नलिखित श्रेणियों के अभिसरण की जाँच कीजिए :

https://pyqielo.com

(i) $\frac{1}{1\cdot2\cdot3}+\frac{3}{2\cdot3\cdot4}+\frac{5}{3\cdot4\cdot5}+\ldots\ldots$

(ii) $\frac{14}{1^3}+\frac{24}{2^3}+\frac{3^4}{3^3}+\ldots..+\frac{10n+4}{n^3}+\ldots\ldots$

UNIT - II

इकाई – II

4 If f is a bounded function defined on $[a,b]$, then for every $\varepsilon>0$, there exists a $\delta>0$ such that $\forall\ P\in P[a,b]$ with $\|P\|\leq\delta$:

फलन f, अन्तराल $[a,b]$ पर परिभाषित परिसीमित है तो प्रत्येक $\varepsilon>0$ के संगत कोई ऐसा $\delta>0$ विद्यमान होगा कि प्रत्येक विभाजन $P\in P[a,b]$, $\|P\|\leq\delta$ के लिए :

(a) $U(f,p)<\int_a^b f(x)dx+\varepsilon$

(b) $L(f,p)>\int_a^b f(x)dx-\varepsilon$

OR/अथवा

5 (a) Test the convergence of the following integral :

निम्न समाकल के अभिसरण की जाँच कीजिए :

$$\int_0^\infty \frac{\cos x\,dx}{1+x^2}$$

(b) Prove that the limit of θ used is Lagrange's MV theorem tends to 1/2 when $h\to0$, provided $f''(x)$ is continuous and $f''(x)\neq0$.

सिद्ध कीजिए कि लाग्रांज मध्यमान प्रमेय में प्रयुक्त θ की सीमा 1/2 को प्रवृत्त होती है जब $h\to0$ जबकि $f''(x)$ संतत है तथा $f''(x)\neq0$

https://pyqielo.com

UNIT - III

इकाई – III

6 (a) Solve :

हल कीजिए :

$$px + qy = z(1 + pq)^{1/2}$$

(b) Solve by Charpit method :

चारपिट विधि से हल करो :

$$\left(p^2 + q^2\right)y = qz$$

OR/अथवा

7 (a) Solve :

हल कीजिए :

$$4r - 4s + t = 16\log(x + 2y)$$

(b) Solve :

हल कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} - z = \cos(x + 2y) + e^y$$

UNIT - IV

इकाई – IV

8 Show that if the displacement of a particle moving in a straight line is expressed by the equation $x = a\cos nt + b\sin nt$, it describes a SHM whose amplitude $\sqrt{a^2 + b^2}$ and period $2\pi / n$.

https://pyqlelo.com

यदि किसी सरल रेखा में गतिमान किसी कण का t समय पर विस्थापन $x = a\cos nt + b\sin nt$ से व्यक्त हो तो सिद्ध कीजिए कि कण की गति SHM है जिसका आयाम $\sqrt{a^2+b^2}$ एवं आवर्तकाल $2\pi/n$ है।

OR/अथवा

9 (a) A particle describes equiangular spiral $r = ae^{n\theta}$ with constant speed. Find the radial and transverse components of its velocity and acceleration.

एक कण समानकोणिक सर्पिल $r = ae^{n\theta}$ में समान चाल से चलता है। इसके अरीय, अनुप्रस्थ वेग एवं त्वरण ज्ञात कीजिए।

(b) A particle of mass m hangs from a fixed point by a light string and is given a small vertical displacement. If l is the length of string in equilibrium position and n the number of oscillations per second, show that the natural length of string is :

m द्रव्यमान का एक कण एक हल्की डोरी द्वारा एक स्थिर बिन्दु से लटका हुआ है व इसे लघु ऊर्ध्वाधर विस्थापन दिया गया है। यदि सन्तुलन की अवस्था में डोरी की लम्बाई l हो तथा दोलन आवृत्ति n प्रति सेकण्ड हो तो सिद्ध कीजिए कि डोरी की स्वाभाविक लम्बाई होगी :

$$\left(l - \frac{g}{4\pi^2 n^2}\right)$$

UNIT - V

इकाई – V

10 (a) If v_1, v_2 be the velocities at the ends of a focal chord of a projectile's path and v the velocity at the vertex of the path, then show that :

यदि किसी प्रक्षेप्य का वेग उसके पथ की नाभि जीवा के सिरों पर v_1 व v_2 हो और यदि पथ के शीर्ष पर वेग v हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{1}{v_1^2}+\frac{1}{v_2^2}=\frac{1}{v^2}$$

(b) Two equal balls are lying in contact on a smooth table and a third equal ball moving along their common tangent strikes them simultaneously. Prove that $3(1-e^2)/5$ of its K.E. is lost by the impact, e being the coefficient of restitution for each pair of balls.

दो समान गेंदें एक चिकनी मेज पर परस्पर सम्पर्क में हैं, जिनकी उभयनिष्ठ स्पर्शी के अनुदिश गतिशील एक तीसरी समान गेंद उनसे एक साथ टकराती है। सिद्ध कीजिए कि संघट्ट से इसकी गतिज ऊर्जा में $3(1-e^2)/5$ का ह्रास होता है जहां गेंदों के प्रत्येक युग्म का प्रत्यास्थ गुणांक e है।

OR/अथवा

11 Describe the motion of a particle slides from rest from the highest point of a smooth verticle circle.

एक चिकने उर्ध्वाधर वृत्त के उच्चतम बिन्दु से विरामावस्था से फिसलने वाले किसी कण की गति की विवेचना कीजिए।

---

https://pyqielo.com