PB **2907-A**

Roll No. _____ Total No. of Pages: 04

B.A./B.Sc. (Semester-V) Examination - Dec.-2025
MATHEMATICS
Paper - MAT501-(A)
MATHEMATICS-5 (A)

Time Allowed: Three Hours **Maximum Marks: 70**

This question paper contains two sections as under :

Section-A **(खण्ड-अ)** **Max. Marks-20**

This section will have 10 questions, having 02 questions from each unit. Answer in about 20 words. All questions will have equal marks. (02×10=20)

इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से 02 लघु प्रश्न लेते हुए कुल 10 प्रश्न होंगे। प्रत्येक लघु प्रश्न का उत्तर लगभग 20 शब्दो में हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (02×10=20)

Section-B **(खण्ड-ब)** **Max. Marks-50**

This section will have 10 questions, having 02 questions from each unit, one question to be attempted from each unit. Words limit approximately 400 words. Questions may have sub divisions. All questions will have equal marks. (10×05=50)

यह खण्ड 10 प्रश्नों का होगा (प्रत्येक इकाई से 02 प्रश्न), जिसमें प्रत्येक इकाई के आंतरिक चयन में से 01 प्रश्न का उत्तर देना होगा। उत्तर लगभग 400 शब्द प्रति प्रश्न हो। प्रश्नों के उपविभाग हो सकते हैं। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (10×05=50)

Section-A (खण्ड-अ)

1. i) Define vector subspace.

   सदिश उपसमष्टि को परिभाषित कीजिए।

   ii) Define linear independence of vectors.

   सदिशों की एकघातल स्वतन्त्रता को परिभाषित कीजिए।

   iii) Define dimension of vector space.

   सदिशों समष्टि की विमा को परिभाषित कीजिए।

   iv) Define rank of linear transformation.

   रेखिक रूपान्तरण की कोटि को परिभाषित कीजिए।

   v) Define characteristic value of linear transformation.

   रेखिक रूपान्तरण के अभिलाक्षणिक मान को परिभाषित कीजिए।

   vi) Define characteristic vector of matrix.

   मेट्रिक्स के अभिलाक्षणिक सदिश को परिभाषित कीजिए।

vii) Define stereographic projection.

त्रिविम प्रक्षेप को परिभाषित कीजिए।

viii) Write cauch Riemann equation.

कोशी रीमान समीकरण लिखिए।

ix) Define isogonal mapping.

तुल्याकोणी प्रतिचित्रण को परिभाषित कीजिए।

x) Define fixed points.

निश्चर बिन्दु को परिभाषित कीजिए।

Section-B (खण्ड-ब)

Unit-I / इकाई -I

2. Show that the necessary and sufficient condition for a nonvoid subset W of a vector space V (F) to be a subspace of V (F) is :

सिद्ध कीजिए कि किसी सदिश समष्टि V (F) के एक अतिरिक्त समुच्चय W के लिए V (F) की एक उपसमष्टि होने के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध है :

a, b $\in$ F and $\alpha, \beta \in W \Rightarrow a\alpha + b\beta \in W$.

OR / अथवा

Show that $2x^3+x^2+x+1$, x^3+3x^2+x-2 and x^3+2x^2-x+3 are linearly independent in polynomial vector space V_3 (R).

सिद्ध कीजिए कि बहुपदों की सदिश समष्टि V_3 (R) में $2x^3+x^2+x+1$, x^3+3x^2+x-2 और x^3+2x^2-x+3 रेखिक स्वतन्त्र है।

Unit-II / इकाई -II

3. If W be a subspace of a finite dimensional vector space V (F) then show that :

यदि W एक परिमित विभीय सदिश समष्टि V (F) की एक उप समष्टि है तो सिद्ध कीजिए कि:

dim (v / w) = dim V – dim W

OR / अथवा

State and prove fundamental theorem of space homomorphism.

सदिश समष्टि समकारिता के मूलभूत प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

Unit-III / इकाई -III

4. Find the eigen values and eigen vectors of the following matrix.

निम्न मैट्रिक्स A के आइगेनमान तथा संगत आइगेन सदिश ज्ञात कीजिए।

$$A=\begin{bmatrix}1 & 4 & 0\\ 7 & 1 & 2\\ 0 & 4 & 1\end{bmatrix}$$

OR / अथवा

Show that all the eigen values of a Hermitian matrix are real.

सिद्ध कीजिए कि एक हमिर्सियन मैट्रिक्स के सभी आइगेन मान वास्तविक होते हैं।

Unit-IV / इकाई -IV

5. Prove that the function $f(z)=|z|^2$ is continuous everywhere but no where differentiable except at the origin.

सिद्ध कीजिए कि फलन $f(z)=|z|^2$ सर्वत्र संतत है किन्तु मूल बिन्दु के अतिरिक्त कहीं भी अवकलनीय नहीं है।

OR / अथवा

If $u+v=\dfrac{2\sin 2x}{e^{2y}+e^{-2y}-2\cos 2x}$ and $f(z)=u+iv$ is an analytic function, then find $f(z)$ in terms of z.

यदि $u+v=\dfrac{2\sin 2x}{e^{2y}+e^{-2y}-2\cos 2x}$ तथा $f(z)=u+iv$ एक विश्लेषिक फलन हो तो $f(z)$ को z के पदो में ज्ञात कीजिए।

Unit-V / इकाई -V

6. Find the image of the infinite strip $\frac{1}{4} < y < \frac{1}{2}$ under the transformation $w = \frac{1}{z}$

रूपान्तरण $w = \frac{1}{z}$ के अन्तर्गत अनन्त पट्टी $\frac{1}{4} < y < \frac{1}{2}$ का प्रतिबिम्ब ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Find all the Mobius transformations which transform the unit circular disk $|z| \leq 1$ into unit circular disc $|w| \leq 1$.

वे सभी मोबियस रूपान्तरण ज्ञात कीजिए जो इकाई वृत्त चक्री $|z| \leq 1$ को इकाई वृत्त $|w| \leq 1$ में रूपान्तरित करते हैं।

https://pyqdelo.com