VC-2903

B. A. / B. Sc. / B. Ed. (Sem. I) Examination, December 2023

MATHEMATICS

PAPER - MAT-101

MATHEMATICS-I

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note : This question paper contains two sections as under :

SECTION - A

खण्ड – अ

1 (i) Define permutation group.
क्रमचय समूह को परिभाषित कीजिए।

(ii) Define index of subgroup.
उपसमूह के सूचकांक को परिभाषित कीजिए।

(iii) Define pedal equation of a curve.
किसी वक्र के पदिक समीकरण को परिभाषित कीजिए।

(iv) Define centre of curvature.
वक्रता केन्द्र को परिभाषित कीजिए।

(v) Define divergence of vector point function.
सदिश बिन्दु फलन के अपसरण को परिभाषित कीजिए।

(vi) State Green's theorem.
ग्रीन प्रमेय के कथन को लिखिये।

(vii) Define chord of contact of ellipse.
दीर्घवृत्त की स्पर्श जीवा को परिभाषित कीजिए।

(viii) Define conjugate of diameter of hyperbola.
अतिपरवलय के संयुग्मी व्यास को परिभाषित कीजिए।

(ix) Define enveloping cone.
अन्वालोपी शंकु को परिभाषित कीजिए।

(x) Define right circular cylinder.
लम्बवृत्तीय बेलन को परिभाषित कीजिए।

https://pyqielo.com

SECTION - B

खण्ड – ब

$10 \times 5 = 50$

UNIT - I

इकाई – I

2 **Show that the set of all matrices of the form**

$A_\alpha = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$, $\alpha \in R$ **is an abelian group for matrix multiplication.**

सिद्ध कीजिए कि $A_\alpha = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$, $\alpha \in R$ प्रकार की सभी मैट्रिसेज का **समुच्चय मैट्रिक्स गुणा** के लिए आबेली समूह है।

OR / अथवा

Prove that every **infinite cyclic group** has two and only two **generators.**

सिद्ध करो कि प्रत्येक **अपरिमित चक्रीय** समूह के दो ओर केवल दो ही जनक होते है।

UNIT - II

इकाई – II

3 Find $\frac{ds}{d\theta}$ for the following curves :

निम्न वक्रों के लिए $\frac{ds}{d\theta}$ ज्ञात कीजिए :

(a) $r = a(1+\cos\theta)$

(b) $\frac{2a}{r} = 1+\cos\theta$

OR / अथवा

Prove that at any point on the equiangular spiral $r = ae^{\theta\cot\alpha}$, $\rho = r\,\mathrm{cosec}\,\alpha$ and that it subtends a right angle at the pole.

सिद्ध कीजिए की समान कोणिक सर्पिल $r = ae^{\theta\cot\alpha}$ के किसी बिन्दु पर $\rho = r\,\mathrm{cosec}\,\alpha$ होता है तथा यह ध्रुव पर समकोण अन्तरित करती है।

UNIT - III

इकाई – III

4 Prove curl curl $\vec{a} = grad\ div\ \vec{a} - \sum \frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial x^2}$

सिद्ध करो curl curl $\vec{a} = grad\ div\ \vec{a} - \sum \frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial x^2}$

OR / अथवा

https://pyqlelo.com

Verify Stoke's theorem for the function $F = x^2 i + xy j$ integrated round the square in the plane $z = 0$, whose sides are along the lines $x = y = 0$ and $x = y = a$.

फलन $F = x^2 i + xy j$ के लिए स्टॉक प्रमेय का सत्यापन कीजिए, जहाँ F का समाकलन तल $z = 0$ में स्थित वर्ग के चारों ओर किया गया है, जिसकी भुजाएँ रेखा $x = y = 0$ तथा $x = y = a$ के अनुदिश हैं।

UNIT - IV
इकाई – IV

5 If the normals at the four points (x_r, y_r), $r = 1, 2, 3, 4$ on the ellips $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ are concurrent, prove that :

यदि दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के चार बिन्दुओं (x_r, y_r), $r = 1, 2, 3, 4$ पर खींचे गये अभिलम्ब समवर्ती हों तो सिद्ध कीजिए कि :

$$(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}\right) = 4$$

OR / अथवा

For the rectangular hyperbola $xy = c^2$: prove that the locus of the middle points of chords of constant length $2l$ is :

सिद्ध कीजिए कि आयताकार अतिपरवलय $xy = c^2$ में $2l$ लम्बाई की जीवाओं के मध्य बिन्दुओं का बिन्दुपथ :

$$(x^2 - y^2)(xy - c^2) = l^2 xy$$

UNIT - V
इकाई – V

6 Find the locus of the points from which three mutually perpendicular planes can be drawn to touch the ellipse :

उन बिन्दुओं का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए जिनसे निम्न दीर्घवृत्त को स्पर्श करते हुए तीन परस्पर लम्बवत स्पर्शतल खींचे जा सकते है :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, z = 0$$

OR / अथवा

Find the equation of a right circular cylinder whose guiding circle passes through the points $(a, 0, 0)$, $(0, b, 0)$ and $(0, 0, c)$.

उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका निर्देशक वृत्त बिन्दुओं $(a, 0, 0)$, $(0, b, 0)$ और $(0, 0, c)$ से गुजरता है।

https://pyqielo.com