This question paper contains 8 printed pages]

UOKonline.com

1520

B.A./B.Sc. (Part I) Examination, 2018

MATHEMATICS

Paper II

(ADVANCED CALCULUS)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : Science : 75/Arts : 66

This question paper contains ***three*** *sections as under :*

UOKonline.com

Section-A **खण्ड 'अ'** ***(Science-10/Arts-5)***

This section contains ***one*** *compulsory question with* ***10*** *parts, having* ***2*** *parts from each unit, short answer in* ***20*** *words for each part.* ***All*** *questions carry equal marks.*

इस खण्ड में ***एक*** *अनिवार्य प्रश्न है जिसमें प्रत्येक इकाई से* ***2*** *लघु प्रश्न लेते हुये कुल* ***10*** *लघु प्रश्न होंगे। प्रत्येक लघु प्रश्न का उत्तर* ***20*** *शब्दों से अधिक न हो।* ***सभी*** *प्रश्नों के अंक समान हैं।*

Section-B **खण्ड 'ब'** ***(Science/Arts-35)***

This section contains ***10*** *questions having* ***2*** *questions from each unit. Answer* ***5*** *questions (250 words each) selecting* ***one*** *question from each unit.* ***All*** *questions carry equal marks.*

इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से ***2*** *प्रश्न लेते हुये, कुल* ***10*** *प्रश्न हैं, प्रत्येक इकाई से* ***एक*** *प्रश्न का चयन करते हुये, कुल* ***5*** *प्रश्नों के उत्तर देने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर* ***250*** *शब्दों से अधिक न हो।* ***सभी*** *प्रश्नों के अंक समान हैं।*

Section-C **खण्ड 'स'** ***(Science-30/Arts-26)***

This section contains ***4*** *descriptive type questions (questions may have sub-divisions) covering all units but not more than one question from each unit. Answer any two questions (****500*** *words each).* ***All*** *questions carry equal marks.*

इस खण्ड में ***4*** *प्रश्न वर्णनात्मक होंगे (प्रश्नों के उप-भाग भी हो सकते हैं) जो सभी इकाइयों में से दिये जायेंगे, किन्तु एक इकाई में से एक से अधिक प्रश्न नहीं होगा। किन्हीं* ***दो*** *प्रश्नों के उत्तर दिये जाने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर* ***500*** *शब्दों से अधिक न हो।* ***सभी*** *प्रश्नों के अंक समान हैं।*

Section A/खण्ड-अ

1. (*i*) Define Pedal equation.

पदिक समीकरण को परिभाषित कीजिए।

(*ii*) Define centre of curvature.

वक्रता-केन्द्र को परिभाषित कीजिए।

(*iii*) Write the statement of Euler's theorem.

आयलर प्रमेय का कथन लिखिए।

(*iv*) Write the necessary conditions for maximization of function $f(x, y)$.

फलन $f(x, y)$ के अधिकतम होने के आवश्यक प्रतिबन्ध लिखिए।

(*v*) Define Evolute.

केन्द्रज को परिभाषित कीजिए।

(*vi*) Define Multiple Points.

बहुल बिन्दु को परिभाषित कीजिए।

(*vii*) Define Gamma function.

गामा फलन को परिभाषित कीजिए।

(*viii*) Define Rectification.

समतल वक्रों की लम्बाई को परिभाषित कीजिए।

(*ix*) Define surface of solid of revolution.

परिक्रमण ठोस पृष्ठ को परिभाषित कीजिए।

(*x*) Define Dirichlet's integral.

डिरिचलेट समाकलन को परिभाषित कीजिए।

Section B/खण्ड-ब

UNIT-I/इकाई-I

2. Find the angle of intersection of the following curves :

निम्न वक्रों का प्रतिच्छेद कोण ज्ञात कीजिए :

$r = a(1 + \cos\theta)$ तथा $r = b(1 - \cos\theta)$

3. Find the radius of curvature of the Folium :

$x^3 + y^3 = 3axy$ at $\left(\frac{3a}{2}, \frac{3a}{2}\right)$.

फोलियम $x^3 + y^3 = 3axy$ के $\left(\frac{3a}{2}, \frac{3a}{2}\right)$ बिन्दु पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

UNIT-II/इकाई-II

4. If $\theta = t^n e^{-r^2/4t}$, find the value of n such that

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left\{r^2\frac{\partial\theta}{\partial r}\right\} = \frac{\partial\theta}{\partial t}$$

यदि $\theta = t^n e^{-r^2/4t}$, तो n का ऐसा मान ज्ञात कीजिए कि:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left\{r^2\frac{\partial\theta}{\partial r}\right\} = \frac{\partial\theta}{\partial t}$$

UOKonline.com

5. Find the max. or min. value of the following function :

निम्न फलन का उच्चतम या निम्नतम मान ज्ञात कीजिए :

$$u = xy + \frac{a^3}{x} + \frac{a^3}{y}$$

UNIT-III/इकाई-III

6. Find the asymptotes of the following curve :

निम्न वक्र की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए :

$$x^3 - 5x^2y + 8xy^2 - 4y^3 + x^2 - 3xy + 2y^2 - 1 = 0$$

7. Assuming that the evolute is the envelope of the normals, find the evolute of the parabola $y^2 = 4ax$.

यह मानकर कि केन्द्रज इसके अभिलम्बों का अन्वालोप होता है, परवलय $y^2 = 4ax$ के केन्द्रज ज्ञात कीजिए।

UNIT-IV/इकाई-IV

8. Find the length of the arc of the parabola $x^2 = 4ay$ from its vertex to an extremity of the latus ractum.

परवलय $x^2 = 4ay$ के शीर्ष से नाभिलम्ब के एक सिरे तक के चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

9. Find the volume of the solid generated by revolving the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ about the axis of x.

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ को x-अक्ष के परित: परिक्रमण कराने पर प्राप्त घनाकृति का आयतन ज्ञात कीजिए।

UNIT-V/इकाई-V

UOKonline.com

10. Prove that :

सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^\infty \frac{x\,dx}{1+x^6} = \frac{\pi}{\sqrt[3]{3}}$$

11. Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b}\int_{-c}^{c} (x^2 + y^2 + z^2)\,dx\,dy\,dz$$

12. (*a*) Show that the pedal equation of the ellipse

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \text{ is } \frac{1}{p^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}-\frac{r^2}{a^2b^2}$$

सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ का पदिक समीकरण $\frac{1}{p^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}-\frac{r^2}{a^2b^2}$ है।

(*b*) Transfer the following equation in polar co-ordinates :

निम्न समीकरण का ध्रुवीय निर्देशांकों में रूपान्तरण कीजिए :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$$

13. (*a*) Trace the following curve :

निम्नलिखित वक्र का अनुरेखण कीजिए :

$$x^3+y^3-3axy=0$$

(*b*) Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^\infty \frac{\log(1+a^2x^2)}{1+b^2x^2}\,dx$$

14. (*a*) Find the area of the loop of the curve $ay^2 = x^2(a - x)$.

वक्र $ay^2 = x^2(a - x)$ के लूप का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(*b*) Find the surface of the solid generated by the revolution of the astroid $x = a\cos^3 t$, $y = a\sin^3 t$ about the x-axis.

UOKonline.com

ऐस्ट्रायड $x = a\cos^3 t$, $y = a\sin^3 t$ द्वारा x-अक्ष के परित: परिक्रमण से जनित घनाकृति का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

15. (*a*) Change the order of integration in the following double integral.

निम्न द्वि-समाकल में समाकलन का क्रम बदलिये :

$$\int_0^{2a}\int_{\sqrt{(2ax-x^2)}}^{\sqrt{(2ax)}} V\,dx\,dy$$

(*b*) Find the stationary value of :

स्तब्ध मान ज्ञात कीजिए :

$$u = x^2 + y^2 + z^2$$

where :

जहाँ :

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 1.$$