http://www.uokonline.com

This question paper contains 8+3 printed pages]

1520

B.A./B.Sc. (Part I) Examination, 2019

MATHEMATICS

Paper II

(Advanced Calculus)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : (Science : 75/Arts : 66)

*This question paper contains **three** sections as under :*

Section-A खण्ड 'अ' ***Max. Marks-***

(Science-10/Arts-5)

*This section contains **one** compulsory question with **10** parts, having **2** parts from each unit, short answer in **20** words for each part. **All** questions carry equal marks.*

*इस खण्ड में **एक** अनिवार्य प्रश्न है जिसमें प्रत्येक इकाई से **2** लघु प्रश्न लेते हुए कुल **10** लघु प्रश्न होंगे। प्रत्येक लघु प्रश्न का उत्तर **20** शब्दों से अधिक में न हो। **सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं।*

Section-B खण्ड 'ब' ***Max. Marks-35***

(Science/Arts)

*This section contains **10** questions having **2** questions from each unit. Answer **5** questions (**250** words each) selecting **one** question from each unit. **All** questions carry equal marks.*

*इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से **2** प्रश्न लेते हुए कुल **10** प्रश्न हैं। प्रत्येक इकाई से **एक** प्रश्न का चयन करते हुए, कुल **5** प्रश्नों के उत्तर देने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **250** शब्दों से अधिक में न हो। **सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं।*

Section-C खण्ड 'स' ***Max. Marks-***

(Science-30/Arts-26)

*This section contains **4** descriptive type questions (questions may have sub-divisions) covering all units but not more than **one** question from each unit. Answer any **two** questions (**500** words each). **All** questions carry equal marks.*

*इस खण्ड में **4** वर्णनात्मक प्रश्न होंगे (प्रश्नों के उपभाग भी हो सकते हैं) जो सभी इकाइयों में से दिये जायेंगे, किन्तु एक इकाई में से एक से अधिक प्रश्न नहीं होगा। किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दिये जाने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **500** शब्दों से अधिक न हो। **सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं।*

http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

Section A/खण्ड-अ

1. (*i*) Define radius of curvature.

वक्रता-त्रिज्या को परिभाषित कीजिये।

(*ii*) Define chord of curvature.

वक्रता जीवा को परिभाषित कीजिये।

(*iii*) Define the Homogeneous function.

समघात फलन को परिभाषित कीजिये।

(*iv*) Define Implicit function.

अस्पष्ट फलन को परिभाषित कीजिये।

(*v*) Define envelope.

अन्वालोप को परिभाषित कीजिये।

(*vi*) Define point of inflexion.

नति-परिवर्तन बिन्दु को परिभाषित कीजिए।

http://www.uokonline.com

(*vii*) Define beta function.

बीटा फलन को परिभाषित कीजिये।

(*viii*) Define rectification.

समतल वक्रों की लम्बाई को परिभाषित कीजिये।

(*ix*) Define double integral in polar co-ordinates.

ध्रुवीय निर्देशांकों में द्वि-समाकल को परिभाषित कीजिये।

(*x*) Define area of closed curves.

बन्द वक्रों का क्षेत्रफल को परिभाषित कीजिये।

Section B/खण्ड-ब

UNIT-I/इकाई-I

2. Find the pedal equation of the cardioid $r = a\ (1 - \cos\ \theta)$.

कार्डिऑयड $r = a\ (1 - \cos\ \theta)$ का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिये।

http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

3. Obtain the radii of curvature at origin for the curve $a(y^2 - x^2) = x^3$.

वक्र $a(y^2 - x^2) = x^3$ के मूल बिन्दु पर वक्रता-त्रिज्यायें ज्ञात कीजिए।

UNIT-II/इकाई-II

4. If $u = f(r)$, where $r^2 = x^2 + y^2$, then show that :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f''(r) + \frac{1}{r} f'(r)$$

यदि $u = f(r)$, जहाँ $r^2 = x^2 + y^2$, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f''(r) + \frac{1}{r} f'(r)$$

5. Find the points where the value of $u = x^3 + y^3 - 3axy$ is maximum or minimum.

उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए, जहाँ $u = x^3 + y^3 - 3axy$ का मान उच्चतम तथा न्यूनतम है।

http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

UNIT-III/इकाई-III

6. Find the asymptotes of the following curve :

निम्न वक्र की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिये :

$$x^3 + yx^2 - xy^2 - y^3 - 3x - y - 1 = 0$$

7. Find the envelope of the family of ellipse :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

where $a + b = c$, c being a constant.

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के कुल का अन्वालोप ज्ञात कीजिए जबकि $a + b = c$, जहाँ c अचर है।

UNIT-IV/इकाई-IV

8. Find the length of the arc of the curve :

$y = \log\left\{\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right\}$ from $x = 1$ to $x = 2$.

$x = 1$ से $x = 2$ तक वक्र $y = \log\left\{\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right\}$ के चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

http://www.uokonline.com

https://pyqielo.com

http://www.uokonline.com

9. Find the volume of spindle-shaped solid generated by revolving the Astroid about the x-axis :

निम्न ऐस्ट्रॉयड के x-अक्ष के परित: परिक्रमण से जनित ठोस आकृति का आयतन ज्ञात कीजिए :

$x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$ या $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$

UNIT-V/इकाई-V

10. Prove that :

सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^\infty e^{-x^2-(a^2/x^2)} \cdot dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-2a}.$$

11. Evaluate :

$$\iiint x^{l-1} y^{m-1} z^{n-1} \, dx \, dy \, dz$$

where

$$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$$

and $\left(\frac{x}{a}\right)^p + \left(\frac{y}{b}\right)^q + \left(\frac{z}{c}\right)^r \leq 1.$

http://www.uokonline.com

मान ज्ञात कीजिए :

$$\iiint x^{l-1} y^{m-1} z^{n-1} \, dx \, dy \, dz$$

जहाँ

$$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$$

तथा $\left(\frac{x}{a}\right)^p + \left(\frac{y}{b}\right)^q + \left(\frac{z}{c}\right)^r \leq 1.$

Section C/खण्ड-स

12. (*a*) Show that the pedal equation of the astroid :

$x = a \cos^3 t; y = a \sin^3 t$ is $r^2 = a^2 - 3p^2$.

सिद्ध कीजिए कि ऐस्ट्रॉयड $x = a \cos^3 t; y = a \sin^3 t$ का पदिक समीकरण $r^2 = a^2 - 3p^2$ है।

(*b*) Transfer the following equation in polar co-ordinates :

निम्न समीकरण का ध्रुवीय निर्देशांकों में रूपान्तरण कीजिए :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

13. (*a*) Trace the following curve :

निम्नलिखित वक्र का अनुरेखण कीजिए :

$$xy^2 = 4a^2(2a - x)$$

(*b*) Prove that :

सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_0^1 x^{n-1}\left(\log \frac{1}{x}\right)^{m-1} dx = \frac{\Gamma(m)}{n^m},\ m, n > 0$$

14. (*a*) Find the area common to the following curves :

$y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4ay$.

निम्न वक्रों का उभयनिष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

$y^2 = 4ax$ तथा $x^2 = 4ay$.

(*b*) Find the surface of the solid formed by the revolution about x-axis of the loop of the curve :

$$x = t^2,\ y = t - \frac{1}{3}t^3$$

वक्र $x = t^2,\ y = t - \frac{1}{3}t^3$ के लूप द्वारा x-अक्ष के सापेक्ष परिक्रमण से जनित ठोस आकृति का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

15. (*a*) Evaluate the following integral by changing to polar coordinates :

निम्न समाकलन को ध्रुवी निर्देशांकों में बदलकर मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^a \int_y^a \frac{x\,dy\,dx}{x^2 + y^2}$$

http://www.uokonline.com

(b) Prove that :

$$\iiint_V x^{l-1}\, y^{m-1}\, z^{n-1}\, dxdydz = \frac{\Gamma(l)\,\Gamma(m)\,\Gamma(n)}{\Gamma(l+m+n+1)}$$

where :

$$x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \geq 0,\ x + y + z \leq 1.$$

सिद्ध कीजिए :

$$\iiint_V x^{l-1}\, y^{m-1}\, z^{n-1}\, dxdydz = \frac{\Gamma(l)\,\Gamma(m)\,\Gamma(n)}{\Gamma(l+m+n+1)}$$

जहाँ

$$x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \geq 0,\ x + y + z \leq 1.$$

http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

https://pyqlelo.com

http://www.uokonline.com

Whatsapp @ 9300930012
Your old paper & get 10/-
पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से