U-1523

B. A. / B. Sc. (Part - II) Examination, 2021

MATHEMATICS

PAPER - II

DIFFERENTIAL EQUATIONS

Time allowed : **Three Hours**

Maximum Marks : **(Science : 50 / Arts : 44)**

*This question paper contains **three** sections as under :*

Section-A ***खण्ड–अ*** ***Max. Marks-5 (Science-5/Arts-5)***

*This section contains **one compulsory** question with **10** parts, having 2 parts from each unit, short answer in **20** words for each part. All questions carry **equal** marks.*

इस खण्ड में एक आनवार्य प्रश्न है, जिस में प्रत्येक इकाई से 02 लघु प्रश्न लेते हुये कुल 10 लघु प्रश्न होंगे। प्रत्येक लघु प्रश्न का उत्तर 20 शब्दों से अधिक में न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Section-B ***खण्ड–ब*** ***Max. Marks-25 (Science/Arts)***

*This section contains **10** questions having **2** questions from each unit. Answer **5** questions (250 words each) selecting one question from each unit. All questions carry **equal** marks.*

इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से 2 प्रश्न लेते हुये कुल 10 प्रश्न हैं। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न का चयन करते हुए कुल 5 प्रश्नों के उत्तर देने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक में न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Section-C ***खण्ड–स*** ***Max. Marks (Science-20/Arts-14)***

*This section contains 4 descriprive type questions (questions may have sub division) covering all units but not more than one question from each unit. Answer any two questions (**500** words each). All questions carry **equal** marks.*

इस खण्ड में 4 वर्णनात्मक प्रश्न होंगे। प्रश्न में भाग भी हो सकते है जो सभी इकाइयों में से दिये जायेंगे, किन्तु एक इकाई में से एक से अधिक प्रश्न नहीं होगा। कोई दो प्रश्नों के उत्तर दिये जाने है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 500 शब्दों से अधिक न हों। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

SECTION-A

खण्ड–अ

1 (a) Define the degree and order of a differential equation.
अवकल समीकरण की कोटि एवं घात को परिभाषित कीजिए ।

(b) Give the geometrical meaning of a differential equation.
अवकल समीकरण का ज्यामितीय निरूपण दीजिए ।

(c) Solve $\left(D^3+6D^2+11D+6\right)y=0$.

हल कीजिए : $\left(D^3+6D^2+11D+6\right)y=0$

(d) Solve $\left(x^2D^2+xD-1\right)y=x^2$.

हल कीजिए : $\left(x^2D^2+xD-1\right)y=x^2$.

(e) Solve : $x\frac{d^2y}{dx^2}-(2x-1)\frac{dy}{dx}+(x-1)y=0$.

हल कीजिए : $x\frac{d^2y}{dx^2}-(2x-1)\frac{dy}{dx}+(x-1)y=0$

(f) Solve : $\frac{d^2y}{dx^2}+a^2y=\sec ax$.

हल कीजिए : $\frac{d^2y}{dx^2}+a^2y=\sec ax$.

(g) Find the partial differential equation by the elimination of a and b from $z=ax+by+ab$.
आंशिक अवकलन समीकरण, a एवं b को विलोपित करते हुए ज्ञात कीजिए : $z=ax+by+ab$.

(h) Solve :
$x\left(y^2+z\right)p-y\left(x^2+z\right)q=z\left(x^2-y^2\right)$
हल कीजिए :
$x\left(y^2+z\right)p-y\left(x^2+z\right)q=z\left(x^2-y^2\right)$

(i) Define the partial differential equation of the second order.
परिभाषित कीजिए आंशिक अवकलन समीकरण द्वितीय घात के लिए ।

(j) Write down the Monge's subsidiary equations.
मोंगेस सबसीड़री अवकलन समीकरण लिखिए ।

SECTION-B

खण्ड–ब

UNIT - I

इकाई – I

2 Solve :
हल कीजिए :
$\left(\frac{x+y-a}{x+y-b}\right)\frac{dy}{dx}=\frac{(x+y+a)}{(x+y+b)}$

https://pyqlelo.com

3 Find the singular solution of the following equation :
निम्न समीकरण का विचित्र हल ज्ञात कीजिए :

$$(y - px)^2 \left(1 + p^2\right) = a^2 p^2$$

UNIT - II
इकाई – II

4 Solve the differential equation :
अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$x^4 \frac{d^3y}{dx^3} + 2x^3 \frac{d^2y}{dx^2} - x^2 \frac{dy}{dx} + xy = 1$$

5 Solve :
हल कीजिए :

$$2(y + z)\,dx - (x + z)\,dy + (2y - x + z)\,dz = 0$$

UNIT - III
इकाई – III

6 Solve $\sin^2 x \frac{d^2y}{dx^2} = 2y$, given that $y = \cot n$ is a solution of it.

हल कीजिए $\sin^2 x \frac{d^2y}{dx^2} = 2y$, दिया हुआ है $y = \cot$ इसका एक हल है ।

7 Solve :
हल कीजिए :

$$\frac{d^3y}{dx^3} + \cos x \frac{d^2y}{dx^2} - 2 \sin x \frac{dy}{dx} - y \cos x = \sin 2x$$

UNIT - IV
इकाई – IV

8 Solve :
हल कीजिए :

$$z - xp - yq = a\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

9 Solve :
हल कीजिए :

$$\left(p^2 + q^2\right) y = qz$$

UNIT - V
इकाई – V

10 Solve :
हल कीजिए :

$$\left(2D^2 - 5DD' + 2D'^2\right) z = 24(y - x)$$

11 Solve :
हल कीजिए :

$$t - r \sec^4 y = 2q \tan y$$

SECTION-C
खण्ड–स

12 (a) Find the differential equation of all the circles of radius a.
त्रिज्या a वाले सभी वृत्तों का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए ।

https://pyqlelo.com

(b) The necessary and sufficient condition for a differential equation of first order and first degree $Mdx + Ndy = 0$ to be act is $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$.

प्रथम घात एवं प्रथम कोटि की अवकल समीकरण $Mdx + Ndy = 0$ के यथातथ समीकरण होने की आवश्यक एवं पर्याप्त शर्त है $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ ।

13 (a) Use the substitution $y = u$ and $xy = v$ to solve the following equation :

$x^2p^2 + yp(2x + y) + y^2 = 0$

प्रतिस्थापन $y = u$ तथा $xy = v$ का प्रयोग कर निम्न समीकरण हल कीजिए :

$x^2p^2 + yp(2x + y) + y^2 = 0$

(b) Find the orthogonal trajectory of $r^n = a^n \cos n\theta$.

वक्र कुल $r^n = a^n \cos n\theta$ के लम्ब कोणीय संछेदी ज्ञात कीजिए ।

14 (a) Show that the surface satisfying $r + s = 0$ and touching the elliptic paraboloid $z = 4x^2 + y^2$ along its section by the plane $y = 2x + 1$ is the conicoid.

$4x^2 - 8xy + y^2 + 8x - 4y + z + 2 = 0$

सिद्ध कीजिए दीर्घवृत्तीय परवलज (elliptic paraboloid) $z = 4x^2 + y^2$ का समतल $y = 2x + 1$ के अनुदिश परिच्छेद को स्पर्श करने एवं $r + s = 0$ को संतुष्ट करने वाली पृष्ठ निम्न शांकव होगी :

$4x^2 - 8xy + y^2 + 8x - 4y + z + 2 = 0$

(b) Solve :

हल कीजिए :

$(q^2 - 1)zr - 2pq\,zs + (p^2 - 1)zt + z^2(rt - s^2) = p^2 + q^2 - 1$

15 (a) To prove that :

सिद्ध करना :

$$\frac{1}{f(D)}xV = \left\{x - \frac{1}{f(D)}f(D)\right\}\frac{1}{f(D)}V$$

where V is any function of x.

जहाँ V, x का कोई फलन है ।

(b) Find the necessary and sufficient conditions for integrability of single differential equation $Pdx + Qdy + Rdz = 0$.

समीकरण $Pdx + Qdy + Rdz = 0$ की समाकलनीयता के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त शर्तें ज्ञात कीजिए ।