This question paper contains 16 printed pages]

1524

B.A./B.Sc. (Part II) Examination, 2019

MATHEMATICS

Paper III

(Mechanics)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : Science : 75/Arts : 68

This question paper contains three sections as under :

Section-A **खण्ड 'अ'** ***Max. Marks-***

(Science-10/Arts-5)

This section contains one compulsory question with 10 parts, having 2 parts from each unit, short answer in 20 words for each part. All questions carry equal marks.

इस खण्ड में एक अनिवार्य प्रश्न है जिसमें प्रत्येक इकाई से 2 लघु प्रश्न लेते हुए कुल 10 लघु प्रश्न होंगे। प्रत्येक लघु प्रश्न का उत्तर 20 शब्दों से अधिक में न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

Section-B **खण्ड 'ब'** ***Max. Marks-35***

(Science/Arts)

This section contains 10 questions having 2 questions from each unit. Answer 5 questions (250 words each) selecting one question from each unit. All questions carry equal marks.

इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से 2 प्रश्न लेते हुए कुल 10 प्रश्न हैं। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न का चयन करते हुए, कुल 5 प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक में न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Section-C **खण्ड 'स'** ***Max. Marks-***

(Science-30/Arts-28)

This section contains 4 descriptive type questions (questions may have sub-divisions) covering all units but not more than one question from each unit. Answer any two questions (500 words each). All questions carry equal marks.

इस खण्ड में 4 प्रश्न वर्णनात्मक होंगे (प्रश्नों के उपभाग भी हो सकते हैं) जो सभी इकाइयों में से दिये जायेंगे, किन्तु एक इकाई से एक से अधिक प्रश्न नहीं होगा। किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दिये जाने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 500 शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

http://www.uokonline.com

Section A/खण्ड-अ

1. (a) State Lami's theorem. 1

लामी प्रमेय का कथन लिखिये।

(b) Define coefficient of friction. 1

घर्षण गुणांक को परिभाषित कीजिए।

(c) Define common catenary and write its Cartesian equation. ½+½

सामान्य कैटिनरी को परिभाषित कीजिए तथा इसका कार्तीय समीकरण लिखिये।

(d) Define centre of gravity. 1

गुरुत्व केन्द्र को परिभाषित कीजिए।

(e) Define period of simple harmonic motion. 1

सरल आवर्त गति का आवर्त काल परिभाषित कीजिए।

(f) Define terminal velocity. 1

अन्तिम वेग को परिभाषित कीजिए।

(g) Define relative motion. 1

आपेक्षिक गति को परिभाषित कीजिए।

(h) Define angle of projection. 1

प्रक्षेप कोण को परिभाषित कीजिए।

(i) Define period of compression and period of restitution. 1

संपीडन काल तथा प्रत्यानयन काल को परिभाषित कीजिए।

(j) Define cycloid. 1

चक्रज को परिभाषित कीजिए।

Section B/खण्ड-ब

UNIT-I/इकाई-I

2. A uniform beam of length $2a$ rest in equilibrium against smooth vertical wall and over a smooth peg at a distance b from the wall. If θ be the inclination of the beam to the vertical, show that $\sin^3\theta = \frac{b}{a}$. 7

एक $2a$ लम्बी एकसमान छड़ एक चिकनी खूंटी के ऊपर तथा चिकनी ऊर्ध्व दीवार के सहारे साम्यावस्था में है। यदि खूंटी दीवार से b दूरी पर हो तथा दीवार से छड़ कोण θ बनाती हो तो सिद्ध कीजिए कि $\sin^3\theta = \frac{b}{a}$।

http://www.uokonline.com

3. A uniform rod rests in a vertical plane within a fixed hemispherical bowl whose radius is equal to the length of the rod. If μ is the coefficient of friction between the rod and bowl, show that in limiting equilibrium the inclination of the rod to the horizontal is $\tan^{-1}\left[4\mu/(3-\mu^2)\right]$. 7

कोई एकसमान छड़ किसी ऊर्ध्वाधर समतल में किसी स्थिर अर्धगोलीय प्याले में स्थित है जिसकी त्रिज्या छड़ की लम्बाई के बराबर है। यदि छड़ और प्याले के मध्यस्थ घर्षण गुणांक μ हो तो सिद्ध कीजिए कि सीमान्त सन्तुलन में छड़ का क्षैतिज से झुकाव $\tan^{-1}\left[4\mu/(3-\mu^2)\right]$ होगा।

UNIT-II/इकाई-II

4. Find the centre of gravity of a thin uniform hemispherical shell. 7

एकसमान पतले अर्धगोलीय कोश का गुरुत्व केन्द्र ज्ञात कीजिए।

http://www.uokonline.com

5. A heavy uniform string 90 cm long, hangs over two smooth pegs at different heights. The parts being hang vertically are of lengths 30 and 33 cms. Prove that the vertex of the catenary divides the whole string in the ratio 4 : 5 and find the distance between the pegs. 4+3

एक भारी एकसमान 90 सेमी. लम्बी रस्सी विभिन्न ऊँचाइयों की दो चिकनी खूंटियों पर लटकती है। ऊर्ध्वाधर लटकने वाले भागों की लम्बाइयाँ 30 तथा 33 सेमी हैं। सिद्ध कीजिए कि कैटिनरी का शीर्ष कुल रस्सी को 4 : 5 के अनुपात में विभाजित करता है तथा खूंटियों के मध्य दूरी ज्ञात कीजिए।

UNIT-III/इकाई-III

6. A particle is performing simple harmonic motion of period T about a centre O and it passes through a point P distant b from O with velocity v in the direction OP. Prove that the time which elapses before it returns to P is : 7

$$\frac{T}{\pi}\tan^{-1}\left(\frac{vT}{2\pi b}\right).$$

http://www.uokonline.com

यदि एक कण केन्द्र O के दाना आर T आवर्तकाल की सरल आवर्त गति करे और वह किसी बिन्दु P में दूरी b, O से OP की दिशा में वेग v से गुजरे तो सिद्ध कीजिए कि वह पुनः P पर

$$\frac{T}{\pi}\tan^{-1}\left(\frac{vT}{2\pi b}\right)$$

समय के पश्चात् लौटेगा। http://www.uokonline.com

7. A particle of mass m is attached to a light wire which is stretched lightly between two fixed points with tension T. If a, b are the distances of the particle from the two ends, prove that the period of a small transverse oscillation is : 7

$$2\pi\sqrt{\left(\frac{mab}{T(a+b)}\right)}.$$

m संहति का एक कण किसी भारहीन तार से लगा हुआ है जो दो स्थिर बिन्दुओं के बीच T तनाव द्वारा सीधा खींचा हुआ है। यदि तार के सिरों से कण की दूरियाँ a, b हों, तो सिद्ध कीजिए कि m के एक छोटे अनुप्रस्थ दोलन का काल है :

$$2\pi\sqrt{\left(\frac{mab}{T(a+b)}\right)}.$$

http://www.uokonline.com

8. Show that the greatest range up an inclined plane through the point of projection is equal to the distance through which a particle could fall freely during the time of flight. 7

प्रदर्शित कीजिए कि नत तल पर प्रक्षेप बिन्दु से ऊपर की ओर अधिकतम परास इसके संगत उड्डयन काल में स्वतन्त्र रूप से गिरने के बराबर होता है।

9. If the tangential and normal accelerations of a particle moving in a plane curve are each constant through out the motion. Prove that the angle Ψ, through which the direction of motion turns in time t, is given by $\Psi = A\log(1+Bt)$. 7

यदि किसी समतल वक्र में एक गतिमान कण के स्पर्श रेखीय एवं अभिलाम्बिक त्वरण सदैव अचर रहते हों तो सिद्ध कीजिए कि गति की दिशा द्वारा t समय में घूमा हुआ कोण $\Psi = A\log(1+Bt)$ द्वारा प्राप्त होता है।

http://www.uokonline.com

10. If the masses of two balls be 2 : 1 and their respective velocities before impact be as 1 : 2 and in opposite directions and be 5/6, show that each ball will after direct impact move back with 5/6th of its original velocity. 7

एक ही सरल रेखा में विपरीत दिशाओं से आने वाले गोलों की संहतियाँ 2 : 1 के अनुपात में हैं और उनके वेग 1 : 2 के अनुपात में हैं। संघट्ट से पूर्व, प्रदर्शित कीजिए कि संघट्ट के पश्चात् प्रत्येक गोला अपने पूर्व वेग के 5/6 गुने वेग से पीछे लौटेगा।

11. A heavy bead slides on a smooth fixed circular wire of radius a. If it is projected from the lowest point with a velocity just sufficient to carry it to the highest point, prove that the radius through the bead, in time t, will turn through an angle :

$$2\tan^{-1}\left\{\sinh t\sqrt{\left(\frac{g}{a}\right)}\right\},$$

and the bead never reach the highest point. 7

http://www.uokonline.com

एक भारी मनका a त्रिज्या वाले किसी स्थिर वृत्तीय तार पर फिसलता है। यदि वह निम्नतम बिन्दु से ऐसे वेग से प्रक्षिप्त किया जाये जो उसे ठीक सर्वोच्च बिन्दु तक ले जा सकता है, तो सिद्ध कीजिए कि मनका में से जाने वाली त्रिज्या t समय पर

$$2\tan^{-1}\left\{\sinh t\sqrt{\left(\frac{g}{a}\right)}\right\}$$

कोण से घूमेगी और मनका उच्चतम बिन्दु तक कभी भी नहीं पहुँच पायेगा।

Section C/खण्ड-स

12. (a) A step ladder in the form of the letter A with each of its legs inclined at an angle α to the vertical, is placed on a horizontal floor and is held up by a chord connecting the middle points of its legs, there being no friction anywhere. Show that when a weight W is placed on one of the steps at a height from the floor equal to $\frac{1}{n}$ of the height of the ladder, the increase in the tension of chord is $\frac{1}{n}W\tan\alpha$. 7

http://www.uokonline.com

A रूप की एक सीढ़ी के दोनों पाँव ऊर्ध्वाधर से कोण α बनाते हुए क्षैतिज धरातल पर रखी है तथा पाँवों के मध्य बिन्दुओं को डोर से बाँधा हुआ है। कहीं पर भी घर्षण नहीं है। प्रदर्शित कीजिए कि जब सीढ़ी की ऊँचाई के $\frac{1}{n}$वें भाग के बराबर ऊँचाई पर सीढ़ी के एक पाँव पर भार W रखा हो, तो डोरी के तनाव में वृद्धि $\frac{1}{n}W\tan\alpha$ है।

(b) A heavy rod of length $2a$, lies over a rough peg with one extremity leaning against a rough wall, θ being its inclination with the wall. If c be the distance of the peg from the wall and λ the angle of friction, both at the peg and the wall, show that if the point of contact of the rod and the wall be below the peg, the rod is on the point of slipping downwards or upwards according as when :

$$\sin^2\theta\sin(\theta \pm 2\lambda) = \left(\frac{c}{a}\right)\cos^2\lambda. \qquad 7+1$$

http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

$2a$ लम्बाई की एक भारी छड़ एक रूक्ष खूंटी पर रखी है, जिसका एक सिरा एक रूक्ष दीवार पर टिका है तथा दीवार से झुकाव कोण θ है। यदि दीवार से खूंटी की दूरी c तथा खूंटी और दीवार पर घर्षण कोण λ है तो प्रदर्शित कीजिए कि यदि छड़ तथा दीवार का सम्पर्क बिन्दु झोल के नीचे हो तो छड़ नीचे या ऊपर की ओर फिसलने को है, जब :

$$\sin^2\theta\sin(\theta \pm 2\lambda) = \left(\frac{c}{a}\right)\cos^2\lambda \text{ ।}$$

13. (a) A telegraph wire is made of a given material and such a length l is stretched between two posts, distance d apart and of the same height, as will produce the least possible tension at the posts. Show that $l = \left(\frac{d}{\lambda}\right)\sinh\lambda$, where λ is given by the equation $\lambda\tanh\lambda = 1$. 7

एक टेलीग्राफ तार एक दी हुई धातु से बना है तथा इसकी l लम्बाई को समान ऊँचाई के d दूरी के दो खम्भों से खींचकर इस प्रकार बाँधा है कि खम्भों पर न्यूनतम तनाव होगा। प्रदर्शित कीजिए कि $l = \left(\frac{d}{\lambda}\right)\sinh\lambda$, जहाँ λ समीकरण $\lambda\tanh\lambda = 1$ से प्राप्त होता है।

http://www.uokonline.com

(b) Show that the time of decent to the centre of force, the force varying inversely as the square of the distance from the centre through the first half of its initial distance is to that through the last half as $\pi+2:\pi-2$. 8

यदि किसी कण पर क्रियाशील बल दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती हो तो सिद्ध कीजिए कि बल केन्द्र की ओर चलने वाले पिण्ड द्वारा प्रथम आधी दूरी तथा द्वितीय आधी दूरी चलने में लगने वाले समय का अनुपात $\pi+2:\pi-2$ होगा।

14. (a) A particle is describing a circle of radius a in such a way that the tangential acceleration is always k times the normal acceleration. If its speed at a certain point is μ, prove that it will return to the same point after time $\left(\frac{\alpha}{k\mu}\right)\left(1-e^{-2\pi k}\right)$. 7

http://www.uokonline.com

एक कण a त्रिज्या के वृत्त में इस प्रकार चलता है कि उसका स्पर्शरेखीय त्वरण उसके अभिलाम्बिक त्वरण का सदैव k गुना रहता है। यदि किसी बिन्दु पर उसकी चाल μ हो तो सिद्ध कीजिए कि वह उसी बिन्दु पर $\left(\frac{\alpha}{k\mu}\right)\left(1-e^{-2\pi k}\right)$ समय पश्चात् लौटेगा।

(b) A light elastic string of natural length l has one extremity fixed at a point A and the other attached to a stone, the weight of which in equilibrium, would extend the string to a length l_1. Show that if the stone be dropped from rest at A, it will come to instantaneous rest at a depth $\sqrt{(l_1^2-l^2)}$ below the equilibrium position. 8

l स्वाभाविक लम्बाई की किसी डोरी का एक सिरा बिन्दु A पर स्थित है और दूसरा सिरा एक पत्थर से बँधा है जिसका भार संतुलन की अवस्था में डोरी को l_1 लम्बाई तक बढ़ा देता है। सिद्ध कीजिए कि यदि पत्थर A से विरामावस्था से गिराया जाये तो वह सन्तुलन की स्थिति से $\sqrt{(l_1^2-l^2)}$ नीचे आकर तत्काल विश्राम की अवस्था में आ जायेगा।

http://www.uokonline.com

15. (a) The masses of 5 balls at rest in a straight line form a geometric progression where common ratio is 2 and their coefficient of restitution are each $\frac{2}{3}$, if the first ball be started towards the second with velocity u, show that the velocity communicated to the fifth ball is $\left(\frac{5}{9}\right)^4 u$. 7

5 गेंदें एक सरल सेवा में विरामावस्था में रखी हैं, जिनकी संहतियाँ गुणोत्तर श्रेढ़ी में हैं, जिसका सार्व अनुपात 2 है। गेंदों का प्रत्यानयन गुणांक $\frac{2}{3}$ हो तथा प्रथम गेंद u वेग से चले तथा उन गेंदों में क्रमानुसार टक्कर होती रहे तो पाँचवीं गेंद का टक्कर के पश्चात् प्राप्त वेग $\left(\frac{5}{9}\right)^4 u$ होगा।

(b) A particle is projected from the lowest point of a vertical circle with a velocity just sufficient to carry it to the highest point. Find when and where the particle will leave the circle ? 8

एक कण ऊर्ध्वाधर वृत्त के निम्नतम बिन्दु से ऐसे वेग से फेंका जाता है जो उसे ठीक सर्वोच्च बिन्दु तक ले जा सके। ज्ञात कीजिए कि कण वृत्त को कब और कहाँ छोड़ेगा ?

http://www.uokonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Your old paper & get 10/-
पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

http://www.uokonline.com