KAE-1522

# B.A./B.Sc. (Part-II) Examination – 2025

## MATHEMATICS

## PAPER - I

## REAL ANALYSIS

Time Allowed : **Three Hours**

Maximum Marks :
**(Science : 75 / Arts : 66)**

*Note : This question paper contains **three** sections as under :*



***Section-A*** **खण्ड–अ** ***Max. Marks- (Science-10/Arts-5)***

*This section contains one compulsory question with 10 parts, having 2 parts from each unit, short answer in 20 words for each part. All questions carry equal marks.*

*इस खण्ड में एक अनिवार्य प्रश्न है जिसमें प्रत्येक इकाई से 02 लघु प्रश्न लेते हुये कुल 10 लघु प्रश्न होंगे। प्रत्येक लघु प्रश्न का उत्तर 20 शब्दों से अधिक में न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।*

***Section-B*** **खण्ड–ब** ***Max. Marks-35 (Science/Arts)***

*This section contains 10 questions having 2 questions from each unit. Answer 5 questions (250 words each) selecting one question from each unit. All questions carry equal marks.*

*इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से 02 प्रश्न लेते हुये कुल 10 प्रश्न हैं। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न का चयन करते हुये कुल 05 प्रश्नों के उत्तर देने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक में न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।*

***Section-C*** **खण्ड–स** ***Max. Marks (Science-30/Arts-26)***

*This section contains 04 descriptive type questions (questions may have sub-division) covering all units but not more than one question from each unit. Answer any two questions (500 words each). All questions carry equal marks.*

*इस खण्ड में 04 वर्णनात्मक प्रश्न होंगे (प्रश्न में भाग भी हो सकते हैं) जो सभी इकाईयों में से दिये जायेगें, किन्तु एक इकाई से एक से अधिक प्रश्न नहीं होगा। किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दिये जाने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 500 शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।*



https://www.pyqonline.com

## SECTION - A

## खण्ड – अ

1 (i) Write denseness property.
सघनता के प्रगुण को लिखिए।

(ii) Define Cauchy's sequence.
कोशी अनुक्रम को परिभाषित कीजिए।

(iii) Write Logarithmic ratio test.
लघुगणकीय अनुपात परीक्षण लिखिए।

(iv) Define absolute convergence.
निरपेक्ष अभिसरण को परिभाषित कीजिए।

(v) Define limit point of a set.
समुच्चय का सीमा बिन्दु को परिभाषित कीजिए।

(vi) Define Open set.
विवृत्त समुच्चय को परिभाषित कीजिए।

(vii) Write Canchy's definition of continuity.
सांतत्यता की कोशी परिभाषा लिखिए।

(viii) State Rolle's mean value theorem.
रोल के मध्यमान प्रमेय का कथन लिखिए।

(ix) Define Riemann integral.
रीमान समाकलन को परिभाषित कीजिए।

(x) Write Dirichlet's test for convergence of improper integral.
अनन्त समाकल के अभिसरण हेतु डिरिचलेट परीक्षण लिखिए।



https://www.pyqonline.com

## SECTION - B

## खण्ड – ब

### UNIT - I

### इकाई – I

2 Prove that the reciprocal of the product of two non zero element of a field is equal to the product of the reciprocals of the elements.
सिद्ध करो कि क्षेत्र के दो अशून्य अवयवों के गुणनफल का व्युत्क्रम उन अवयवों के व्युत्क्रमों का गुणनफल होता है।

3 Show that every complete ordered field R is an Archimedian ordered field.
सिद्ध करो कि प्रत्येक पूर्ण क्रमित क्षेत्र R एक आर्किमिडीन क्रमित क्षेत्र होता है।

### UNIT - II

### इकाई – II

4 Test the convergence of the following series :
निम्न श्रेणी के अभिसरण की जाँच कीजिए :

$$\frac{x}{1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{x^2}{3}+\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\cdot\frac{x^3}{5}+\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\cdot\frac{x^4}{7}+\ldots\ldots$$

5 Show that the following series is convergent for all values of $x$ :

सिद्ध कीजिए कि निम्न श्रेणी $x$ के सभी मानों के लिए अभिसारी है :

$$\frac{x}{2}+\frac{x^2}{3}+\frac{x^3}{4}+\ldots\ldots$$

## UNIT - III
## इकाई – III

6 Show that the union of a finite number of closed sets is a closed set.

सिद्ध कीजिए कि किसी सीमित संख्या में संवृत समुच्चयों का संघ भी एक संयुक्त समुच्चय होता है।

7 Show that the set of all real numbers in the open interval (0,1) is uncountable set.

सिद्ध कीजिए कि विवृत अंतराल (0,1) में सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय अगणनीय होता है।

## UNIT - IV
## इकाई – IV

8 Show that $\underset{x\to 0}{Lt}\ \frac{e^{1/x}}{e^{1/x}+1}$ does not exist.

सिद्ध करो कि $\underset{x\to 0}{Lt}\ \frac{e^{1/x}}{e^{1/x}+1}$ का अस्तित्व नहीं है।



9 Show that the function $f(x)=|x|\ \forall x\in R$ is continuous but non differentiable at $x=0$.

सिद्ध करो कि फलन $f(x)=|x|\ \forall x\in R$ बिन्दु $x=0$ पर संतत किन्तु अवकलनीय नहीं है।

## UNIT - V
## इकाई – V

10 Show that the function $f(x)=x^2,\ x\in[0,a]$, $a>0$ is Riemann integrable.

सिद्ध करो कि फलन $f(x)=x^2,\ x\in[0,a],\ \ a>0$ रीमान समाकलनीय है।

11 Examinme the convergence of the following integral :

निम्न समाकल के अभिसरण की जाँच कीजिए :

$$\int_0^\infty e^{-ax}\frac{\sin x}{x^2}dx,\ a>0$$



https://pyqlelo.com

## SECTION - C

## खण्ड – स

12 If $x_n$ is a sequence of positive real numbers such that $x_n = \frac{1}{2}(x_{n-1} + x_{n-2}) \; \forall \; n \geq 2$, then show that $< x_n >$ convergs to $\frac{1}{3}(x_1 + 2x_2)$.

धनात्मक वास्तविक संख्याओं का अनुक्रम $< x_n >$ इस प्रकार परिभाषित है कि $x_n = \frac{1}{2}(x_{n-1} + x_{n-2}) \; \forall \; n \geq 2$ तब सिद्ध कीजिए कि $< x_n >$ $\frac{1}{3}(x_1 + 2x_2)$ को अभिसृत होता है।

13 Discuss the convergence and absolute convergence of the following series :

निम्न श्रेणी के अभिसरण तथा निरपेक्ष अभिसरण की विवेचना कीजिए :

$$1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + ....$$



https://www.pyqonline.com

14 Prove that the number $\theta$ which occurs in the Lagrange's form of remainders $\frac{h^n}{n!} f^n(a + \theta h)$ of the expansion of $f(x)$ in $[a, a + h]$, tends to $\frac{1}{n+1}$ as $h \to 0$ provided $f^{n+1}(x)$ is continuous at $x = a$ and $f^{n+1}(a) \neq 0$.

सिद्ध कीजिए कि टेलर प्रमेय के द्वारा फलन $f(x)$ को अन्तराल $[a, a + h]$ में विस्तार करने पर लाग्रांज रूप शेषफल $\frac{h^n}{n!} f^n(a + \theta h)$ में प्रयुक्त $\theta$ की सीमा $\frac{1}{n+1}$ को प्रवृत्त होती है जैसे–जैसे $h \to 0$, जबकि $f^{n+1}(x)$, $a$ पर संतत तथा $f^{n+1}(a) \neq 0$.

15 Test the convergence of gamma function :

गामा फलन के अभिसरण की जाँच कीजिए :

$$\int_0^\infty x^{n-1} \, e^{-x} \, dx$$

---



https://www.pyqonline.com