This question paper contains 16 printed pages]

1524

B.A./B.Sc. (Part II) Examination, 2018

MATHEMATICS

Paper III

(Mechanics)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : Science : 75/Arts : 68

*This question paper contains **three** sections as under :*

Section-A **खण्ड 'अ'** ***Max. Marks-***

(Science-*10*/Arts-*5*)

*This section contains **one** compulsory question with **10** parts, having **2** parts from each unit, short answer in **20** words for each part. **All** questions carry equal marks.*

*इस खण्ड में **एक** अनिवार्य प्रश्न है जिसमें प्रत्येक इकाई से **2** लघु प्रश्न लेते हुए कुल **10** लघु प्रश्न होंगे। प्रत्येक लघु प्रश्न का उत्तर **20** शब्दों से अधिक में न हो। **सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं।*

Section-B **खण्ड 'ब'** ***Max. Marks-35***

(Science/Arts)

*This section contains **10** questions having **2** questions from each unit. Answer **5** questions (**250** words each) selecting **one** question from each unit. **All** questions carry equal marks.*

*इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से **2** प्रश्न लेते हुए कुल **10** प्रश्न हैं। प्रत्येक इकाई से **एक** प्रश्न का चयन करते हुए, कुल **5** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **250** शब्दों से अधिक में न हो। **सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं।*

Section-C **खण्ड 'स'** ***Max. Marks-***

(Science-*30*/Arts-*28*)

*This section contains **4** descriptive type questions (questions may have sub-divisions) covering all units but not more than one question from each unit. Answer any two questions (**500** words each). **All** questions carry equal marks.*

*इस खण्ड में **4** प्रश्न वर्णनात्मक होंगे (प्रश्नों के उपभाग भी हो सकते हैं) जो सभी इकाइयों में से दिये जायेंगे, किन्तु एक इकाई से एक से अधिक प्रश्न नहीं होगा। कोई **दो** प्रश्नों के उत्तर दिये जाने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **500** शब्दों से अधिक में न हो। **सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं।*

Section A/खण्ड-अ

1. (*a*) Give the statement of two trigonometrical theorem.

दो त्रिकोणमितीय प्रमेय का कथन दीजिए।

(*b*) Define the force of friction.

घर्षण बल को परिभाषित कीजिए।

(*c*) Differentiate between the centre of gravity and mass centre.

गुरुत्वीय केन्द्र एवं द्रव्यमान केन्द्र में अन्तर बताइये।

(*d*) Give the intrinsic equation of the common catenary.

सामान्य कैटिनरी का नैज समीकरण दीजिए।

(*e*) Define the Simple Harmonic Motion.

सरल आवर्त गति को परिभाषित कीजिए।

(*f*) Define the Hooke's law for elastic strings.

प्रत्यास्थ डोरियों के लिए हुक का नियम परिभाषित कीजिए।

(*g*) Give the tangential and normal velocities and accelerations.

UOKonline.com

स्पर्शरेखीय एवं अभिलाम्बिक वेग एवं त्वरण को दर्शाइये।

(*h*) Give the equation of trajectory.

प्रक्षेप्य पथ का समीकरण दीजिए।

(*i*) Define the impact.

संघट्ट को परिभाषित कीजिए।

(*j*) Define the constrained motion of a particle.

कण की प्रतिबंधित गति को परिभाषित कीजिए।

Section B/खण्ड-ब

UNIT-I/इकाई-I

2. A system of coplanar forces acting upon a rigid body will be in equilibrium if the algebraic sum of the moments of forces about each of three non-collinear points is zero.

किसी दृढ़ पिंड पर क्रियाशील एक समतलीय बल निकाय साम्यावस्था में होगा, यदि तीन असरेखीय बिन्दुओं के प्रत्येक के पारित बलों के आघूर्णों का बीजीय योग शून्य हो।

UOKonline.com

3. A ladder whose C.G. divides it into two portions of length a and b, rest with one end on a rough horizontal floor and the other end against a rough vertical wall. If the coefficient of friction at the floor and the wall be μ and μ' respectively, show that the inclination of the ladder to the floor :

$$\tan^{-1}\left\{\frac{a-b\,\mu\mu'}{\mu(a+b)}\right\}$$

एक सीढ़ी का गुरुत्व केन्द्र इसे दो भागों a और b में बाँटता है। सीढ़ी का एक सिरा रूक्ष क्षैतिज फर्श पर तथा दूसरा रूक्ष ऊर्ध्वाधर दीवार पर टिका है। यदि फर्श तथा दीवार के घर्षण गुणांक क्रमश: μ तथा μ' हों, तो प्रदर्शित कीजिए कि सीमान्त संतुलन में सीढ़ी का फर्श से झुकाव होगा :

$$\tan^{-1}\left\{\frac{a-b\,\mu\mu'}{\mu(a+b)}\right\}$$

4. A triangular lamina ABC obtuse angled at C stands with the side AC in contact with a smooth table. Show that the least weight suspended from B which will overturn the triangle is :

$$\frac{W(a^2+2b^2-c^2)}{(c^2-a^2-b^2)}$$

where W is the weight of the triangle, intersect the result of $c^2 > a^2 + 3b^2$.

एक त्रिकोणीय निकाय ABC जिसका C पर अधिकोण है AC दिशा में चिकनी मेज पर खड़ा है। दर्शाइये कि न्यूनतम (द्रव्यमान) भार जिसको B से लटकाया जाता है इस त्रिभुज को घुमा देगा।

$$\frac{W(a^2+2b^2-c^2)}{(c^2-a^2-b^2)}$$

जहाँ W त्रिभुज का भार है जो $c^2 > a^2 + 3b^2$ परिणाम द्वारा निर्देशित होता है।

5. If a heavy string nangs over two fixed small smooth pegs such that the two ends are free and the central portion is in the form of catenary, then the free ends of the string will lie on the directrix of the catenary.

यदि एक भारी डोरी दो स्थिर चिकनी खूंटियों पर इस प्रकार लटकी हैं कि उसके दोनों सिरे स्वतंत्र हैं तथा मध्य का भाग एक कैटिनरी के रूप में है, तो डोरी के स्वतंत्र सिरे कैटिनरी की नियता पर स्थित होंगे।

UNIT-III/इकाई-III

6. Define the terminal velocity.

A particle of mass m falls vertically downwards from rest through a medium whose resistance varying as velocity. To discuss its motion.

अन्तिम वेग को परिभाषित कीजिए।

m द्रव्यमान का एक कण गुरुत्वाकर्षण के अधीन विरामावस्था से ऐसे माध्यम में होकर गिरता है जिसका प्रतिरोध वेग के समानुपाती है तो इसकी गति की विवेचना कीजिए।

7. A particle moves with SHM in a straight line. In the first second after starting from rest it travels a distance a and in the next second, it travels a distance b in the same direction. Prove that the amplitude of motion is $2a^2/(3a - b)$ and its period is $2\pi \sec^{-1} \{b - a/2a\}$

UOKonline.com

एक कण SHM के अन्तर्गत एक सरल रेखा में गमन करता है। विरामावस्था से चलने के पश्चात् एक सेकण्ड में यह a दूरी चलता है और अगले सेकण्ड में उसी दिशा में b दूरी चलता है। सिद्ध कीजिए कि गति का आयाम $2a^2/(3a - b)$ और आवर्तकाल $2\pi \sec^{-1} \{b - a/2a\}$ है।

UNIT-IV/इकाई-IV

8. Define the Radial and Transversal velocities and accelerations.

The radial and transverse velocities of a particle are λr^2 and $\mu\theta^2$. Show that the equation to the path of the particle is $\lambda / \theta = (\mu / 2r^2) + c$ and its

radial and transverse components of acceleration are :

$2\lambda^2 r^3 - \mu^2(\theta^4 / r)$ and $\lambda\mu r\theta^2 + 2\mu^2(\theta^3 / r)$.

अरीय एवं अनुप्रस्थ वेग और त्वरण को परिभाषित कीजिए।

किसी कण के अरीय एवं अनुप्रस्थ वेग क्रमशः λr^2 तथा $\mu\theta^2$ हैं। सिद्ध कीजिए कि इसके पथ का समीकरण $\lambda / \theta = (\mu / 2r^2) + c$ है और इसके अरीय एवं अनुप्रस्थ त्वरण हैं :

$2\lambda^2 r^3 - \mu^2(\theta^4 / r)$ एवं $\lambda\mu r\theta^2 + 2\mu^2(\theta^3 / r)$

9. A particle is projected with velocity u at an inclination α to the horizon OX from the foot of the plane OA inclined at an angle β to the horizon. If the particle is projected in the plane passing through the normal to the inclined plane and the line of greatest slope, to find the range and the time of flight on the inclined plane.

बल OA क्षैतिज OX से कोण β पर झुका है तल के पाद O से एक कण वेग u से क्षैतिज से प्रक्षेप कोण α पर तल OA के अभिलम्ब तथा अधिकतम ढाल वाली रेखा से गुजरने वाले तल में फेंका जाता है, तो नत तल पर परास एवं उड्डयन काल ज्ञात कीजिए।

UNIT-V/इकाई-V

10. Define oblique impact. A smooth sphere of mass m travelling with velocity u, impinges obliquely on a smooth sphere of mass M at rest, its original line of motion making an angle θ with the line of centres at the moment of impact. Show that the spheres of mass m will be reflected through a right angle if :

UOKonline.com

$$\tan^2\theta = \frac{eM - m}{M + m}.$$

तिर्यक संघट्ट को परिभाषित कीजिए। एक चिकना गोला जिसका द्रव्यमान m, वेग u है, दूसरे चिकने गोले से जिसका

द्रव्यमान M तथा स्थिर अवस्था में है, से तिर्यक संघट्ट् करता है। इसकी वास्तविक गति की दिशा संघट्ट आघूर्ण में केन्द्र की दिशा से θ कोण बनाती है। दर्शाइए कि m द्रव्यमान का गोला, समकोण से परावर्तित होगा यदि

$$\tan^2\theta = \frac{eM - m}{M + m}.$$

11. A particle is projected along the inside of a smooth vertical circle of radius a from the lowest point. Show that the velocity of projection required in order that after leaving the particle may pass through the centre is $\sqrt{(ag/2)}\,(\sqrt{3}+1)$.

एक कण a त्रिज्या वाले ऊर्ध्वाधर वृत्त के निम्नतम बिन्दु से वृत्त के अन्दर की ओर फेंका जाता है। यदि कण वृत्त को छोड़ने के पश्चात् इसके केन्द्र से गुजरता हो, तो प्रक्षेप वेग निम्न होना चाहिए : $\sqrt{(ag/2)}\,(\sqrt{3}+1)$।

Section C/खण्ड-स

12. (*a*) The moments of system of coplanar forces (not in equalibrium about three collinear points A, B, C in the plane are G_1, G_2, G_3. Prove that :

$$G_1.BC + G_2.CA + G_3.AB = 0.$$

समतलीय बल निकाय (साम्यावस्था में नहीं) के समतल में स्थित तीन समरेखीय बिन्दुओं A, B, C के सापेक्ष आघूर्ण G_1, G_2, G_3 है। सिद्ध कीजिए कि :

$$G_1.BC + G_2.CA + G_3.AB = 0.$$

(*b*) A body of weight W is placed on a rough plane inclined to the horizon at an angle α greater than the angle of friction λ, and is supported by a force which makes an angle θ with the line of greatest slope. To find the limits between which forces must lie.

एक पिण्ड को रूक्ष आनत समतल के ऊपर या नीचे खींचने के लिए न्यूनतम बल भार W का एक पिण्ड किसी रूक्ष नत समतल पर जिसका क्षैतिज से झुकाव α, घर्षण कोण λ से अधिक है, रखा हुआ है और वह एक ऐसे बल द्वारा आधारित है जो महत्तम ढाल वाली रेखा से θ कोण बनाता है। वे सीमाएँ ज्ञात कीजिए, जिनके मध्य वह बल है।

13. (*a*) Define the common catenary. To find the Cartesian equation of the catenary.

साधारण कैटिनरी को परिभाषित कीजिए। साधारण कैटिनरी का कार्तीय समीकरण ज्ञात करना है।

(*b*) If D, E, F divide the sides BC, CA, AB of a triangle in the same ratio, show that the centres of gravity of the triangles ABC and DEF coincide.

यदि D, E, F त्रिभुज की भुजा BC, CA, AB को समान अनुपात में बाँटते हों, तो सिद्ध कीजिए कि गुरुत्व केन्द्र दोनों त्रिभुजों ABC व DEF के समानुपाती होंगे।

14. (*a*) A particle moves in a straight line under an attraction towards a fixed point on the line varying inversely as the square of the distance from the fixed point. To discuss the motion.

एक कण एक सरल रेखा में एक ऐसे आकर्षी बल के अधीन गतिमान है जो सरल रेखा पर स्थित एक बिन्दु से उसकी दूरी के व्युत्क्रमवर्गानुपाती हैं, कण की गति की विवेचना कीजिए।

(*b*) Define the cycloid. A particle slides down the arc of a smooth cycloid whose axis is vertical and vertex downwards. To discuss the motion.

चक्रज को परिभाषित कीजिए। एक कण एक ऐसे चक्रज पर फिसलता है जिसकी अक्ष ऊर्ध्वाधर है और जिसका शीर्ष निम्नतम है। इसकी गति की विवेचना कीजिए।

UOKonline.com

15. (*a*) One end of an elastic string is fixed at a point on a smooth horizontal table and to the other end a particle of mass m is attached. The particle is put up to a distance and then released. Discuss its motion.

किसी प्रत्यास्थ डोरी का एक सिरा एक चिकनी क्षैतिज मेज के किसी बिन्दु पर स्थिर रहे और इसके दूसरे सिरे पर m द्रव्यमान का एक कण बँधा है। कण को कुछ दूरी तक खींचकर छोड़ दिया जाता है। इसकी गति की विवेचना कीजिए।

(*b*) A heavy bead slides on a smooth fixed circular wire of radius a, if it be projected from the lowest point with velocity just sufficient to carry it to the highest point, prove that the radius through the bead in time t, will turn through the angle $2\tan^{-1}\left\{\sinh t\sqrt{(g/a)}\right\}$ and the bead will never reach the highest point.

एक भारी मनका एक स्थिर चिकने तार पर जो a त्रिज्या वृत्त के रूप में है, स्पर्श करता (फिसलता) है। यदि यह निम्नतम बिन्दु से ऐसी गति से प्रक्षेपित किया जाये, जो उच्चतम बिन्दु तक ले जाने को पर्याप्त हो, तो सिद्ध कीजिए कि मनके से खींची जाने वाली त्रिज्या, t समय में $2\tan^{-1}\left\{\sinh t\sqrt{(g/a)}\right\}$ कोण से घूम जायेगी तथा मनका उच्चतम बिन्दु पर कभी भी नहीं पहुँचेगा।