http://www.uokonline.com

This question paper contains 8+2 printed pages]

1522

B.A./B.Sc. (Part II) Examination, 2019

MATHEMATICS

Paper I

(Real Analysis)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : Science : 75/Arts : 66

*This question paper contains **three** sections as under :*

Section-A **खण्ड 'अ'** ***Max. Marks***

Scince-10/Arts-5

*This section contains **one** compulsory question with **10** parts, having **2** parts from each unit, short answer in **20** words for each part. **All** questions carry equal marks.*

*इस खण्ड में एक अनिवार्य प्रश्न है जिसमें प्रत्येक इकाई से **2** लघु प्रश्न लेते हुये कुल **10** लघु प्रश्न होंगे। प्रत्येक लघु प्रश्न का उत्तर **20** शब्दों से अधिक न हो। **सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं।*

Section-B **खण्ड 'ब'** ***Max. Marks***

Scince-35/Arts-35

*This section contains **10** questions having **2** questions from each unit. Answer **5** questions (**250** words each) selecting **one** question from each unit. **All** questions carry equal marks.*

*इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से **2** प्रश्न लेते हुये, कुल **10** प्रश्न हैं, प्रत्येक इकाई से **एक** प्रश्न का चयन करते हुये, कुल **5** प्रश्नों के उत्तर देने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **250** शब्दों से अधिक न हो। **सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं।*

Section-C **खण्ड 'स'** ***Max. Marks***

Scince-30/Arts-26

*This section contains **4** descriptive type questions (questions may have sub-divisions) covering all units but not more than one question from each unit. Answer any two questions (**500** words each). **All** questions carry equal marks.*

*इस खण्ड में **4** प्रश्न वर्णनात्मक होंगे (प्रश्नों के उप-भाग भी हो सकते हैं) जो सभी इकाइयों में से दिये जायेंगे, किन्तु एक इकाई में से एक से अधिक प्रश्न नहीं होगा। किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दिये जाने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **500** शब्दों से अधिक न हो। **सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं।*

http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

Section A/खण्ड-अ

1. (i) State denseness property of real numbers.

वास्तविक संख्याओं के सघनता प्रगुण को लिखिये।

(ii) Define Cauchy's sequence.

कोशी अनुक्रम को परिभाषित कीजिए।

(iii) State DeMorgan and Bertrand's test.

डीमॉर्गन एवं बर्ट्रेन्डस परीक्षण का कथन लिखिये।

(iv) Define conditional convergence for infinite series.

अनन्त श्रेणियों के लिए सप्रतिबन्ध अभिसरण को परिभाषित कीजिए।

(v) Define denumerable set.

गणनीय समुच्चय को परिभाषित कीजिए।

(vi) Define interior point of a set.

समुच्चय के आन्तरिक बिन्दु को परिभाषित कीजिए।

(vii) Write Heine's definition of continuity of real function.

वास्तविक फलन के सांतत्य के लिए हेनी की परिभाषा लिखिये।

(viii) Write the statement of Cauchy's mean value theorem.

कोशी मध्यमान प्रमेय का कथन लिखिये।

(ix) Define upper Riemann integral of a bounded real function.

परिमित वास्तविक फलन के लिए उपरि रीमान समाकलन को परिभाषित कीजिए।

(x) State Abel's test for first kind of improper integral.

प्रथम प्रकार का अनन्त समाकल के लिए एबल परीक्षण का कथन लिखिये।

http://www.uokonline.com
https://pyqielo.com

UNIT-I/इकाई-I

2. Show that an ordered field is an infinite field.

सिद्ध कीजिए कि क्रमित क्षेत्र अनन्त क्षेत्र होता है।

3. Show that every convergent sequence has a unique limit.

सिद्ध करो कि प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम की सीमा अद्वितीय होती है।

UNIT-II/इकाई-II

4. Test the convergence of the following series :

निम्न श्रेणी के अभिसरण की जाँच कीजिए :

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{2^2}{3^3} + \frac{3^3}{4^4} + \ldots$$

5. Test the convergence of the following series :

निम्न श्रेणी के अभिसरण की जाँच कीजिए :

$$\frac{x}{1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{3} + \frac{1.3}{2.4} \frac{x^3}{5} + \frac{1.3.5}{2.4.6} \frac{x^4}{7} + \ldots$$

http://www.uokonline.com

6. Show that the intersection of a finite number of open set is an open set.

सिद्ध कीजिए कि किसी परिमित संख्या में विवृत्त समुच्चयों का सर्वनिष्ठ भी एक विवृत्त समुच्चय होता है।

7. Show that the union of two countable set is a countable set.

सिद्ध कीजिए कि दो गणनीय समुच्चयों का संघ गणनीय समुच्चय होता है।

UNIT-IV/इकाई-IV

8. Examine the following function for continuity at $x = a$:

निम्न फलन की $x = a$ पर सांतत्यता की जाँच कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} (x-a)\cos\left(\frac{1}{x-a}\right) & x \neq a \\ 0 & x = a \end{cases}$$

http://www.uokonline.com
https://pyqhelp.com

9. If f be a function defined on $[a, b]$ such that $f'(c)$ exists and is positive for some $C \in (a, b)$. Show that there exists a nbd $(C - \delta, C + \delta)$ of the point C in which $f(x)$ is strictly monotonic increasing.

यदि फलन f अन्तराल में $[a, b]$ ये परिभाषित है तथा इसके किसी बिन्दु C पर f का अवकलज विद्यमान है तथा धनात्मक है। सिद्ध कीजिए कि बिन्दु C का कोई प्रतिवेश $(C - \delta, C + \delta)$ विद्यमान होगा जिसमें फलन एकदिष्ट वर्धमान होता है।

UNIT-V/इकाई-V

10. If function $f(x) = \sin x$, $x \in \left[0, \pi/2\right]$ and $P = \left\{0, \frac{\pi}{2n}, \frac{2\pi}{2n}, \ldots, \frac{n\pi}{2n}\right\}$; is the partition of $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, then find Riemann integral of $f(x)$.

यदि फलन $f(x) = \sin x$, $x \in \left[0, \pi/2\right]$ तथा $P = \left\{0, \frac{\pi}{2n}, \frac{2\pi}{2n}, \ldots, \frac{n\pi}{2n}\right\}$; अन्तराल $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ का विभाजन है, तो $f(x)$ का रीमान समाकल ज्ञात कीजिए।

11. If m, n, are positive integers, then examine the convergence of the following integral :

यदि m, n, धन पूर्णांक हो तो निम्न समाकल के अभिसरण की जाँच कीजिए :

$$\int_0^\infty \frac{x^{2m}}{1 + x^{2n}}\, dx$$

Section C/खण्ड-स

12. (*a*) For any real number x, show that there exists one and only one integer n such that $(n - 1) \le x < n$.

किसी वास्तविक संख्या x के लिए सिद्ध कीजिए कि एक और केवल एक ऐसा पूर्णांक n विद्यमान होगा कि $(n - 1) \le x < n$.

(*b*) Prove that every bounded sequence has a convergent subsequence.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक परिबद्ध अनुक्रम का एक अभिसारी उपानुक्रम होता है।

http://www.uokonline.com

13. (a) Show that the series $\sum\left(\frac{nx}{n+1}\right)^n$ is convergent when $x < 1$ and divergent when $x \geq 1$.

सिद्ध कीजिए कि श्रेणी $\sum\left(\frac{nx}{n+1}\right)^n$ अभिसारी है जब $x < 1$ एवं अपसारी है जब $x \geq 1$.

(b) Discuss the convergence and absolute convergence of the following series :

निम्न श्रेणी की अभिसरण तथा निरपेक्ष अभिसरण के लिए विवेचना कीजिए :

$$1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + \ldots.$$

14. (a) Show that every infinite bounded set has a limit point.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक असीमित परिबद्ध समुच्चय का कम से कम एक सीमा बिन्दु होता है।

(b) Show that between any *two* roots of $e^x \cos x = 1$, there exists at least one root of $e^x \sin x = 1$.

http://www.uokonline.com

प्रदर्शित कीजिए कि समीकरण $e^x \cos x = 1$ के किन्हीं दो मूलों के मध्य समीकरण $e^x \sin x = 1$ का कम से कम एक मूल विद्यमान होता है।

15. (a) Examine the validity of the hypothesis and conclusion of Lagrange's mean value theorem for the following function :

निम्न फलन के लिए लाग्रांज मध्यमान प्रमेय की परिकल्पना की वैधता एवं निष्कर्ष की जाँच कीजिए :

$$f(x) = l\,x^2 + mx + n, \quad x \in [a, b]$$

(b) Examine the convergence of the following integral :

निम्न समाकल के अभिसरण की जाँच कीजिए :

$$\int_0^\infty e^{-ax} \frac{\sin x}{x} dx, \quad a \geq 0.$$

Whatsapp @ 9300930012
Your old paper & get 10/-
पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

http://www.uokonline.com