http://www.uokonline.com

[This question paper contains 8+2 printed pages]

1525

# B.A./B.Sc. (Part III) Examination, 2019

## MATHEMATICS

## Paper I

## (Linear Algebra and Complex Analysis)

**Time Allowed : Three Hours**

**Maximum Marks : Science : 75/Arts : 66**

*This question paper contains* ***three*** *sections as under :*

**Section-A** खण्ड 'अ' ***Max. Marks-***

***(Science-10/Arts-5)***

*This section contains* ***one*** *compulsory question with* ***10*** *parts, having* ***2*** *parts from each unit, short answer in* ***20*** *words for each part.* ***All*** *questions carry equal marks.*

इस खण्ड में **एक** अनिवार्य प्रश्न है जिसमें प्रत्येक इकाई से **2** लघु प्रश्न लेते हुए कुल **10** लघु प्रश्न होंगे। प्रत्येक लघु प्रश्न का उत्तर **20** शब्दों से अधिक न हो। **सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं।

[Contd....



http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

**Section-B** खण्ड 'ब' ***Max. Marks-35***

***(Science/Arts)***

*This section contains* ***10*** *questions having* ***2*** *questions from each unit. Answer* ***5*** *questions (****250*** *words each) selecting* ***one*** *question from each unit.* ***All*** *questions carry equal marks.*

इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से **2** प्रश्न लेते हुए कुल **10** प्रश्न हैं। प्रत्येक इकाई से **एक** प्रश्न का चयन करते हुए, कुल **5** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **250** शब्दों से अधिक न हो। **सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं।

**Section-C** खण्ड 'स' ***Max. Marks-***

***(Science-30/Arts-26)***

*This section contains* ***4*** *descriptive type questions (questions may have sub-divisions) covering all units but not more than one question from each unit. Answer any* ***two*** *questions (****500*** *words each).* ***All*** *questions carry equal marks.*

इस खण्ड में **4** प्रश्न वर्णनात्मक होंगे। (प्रश्नों के उप-भाग भी हो सकते हैं) जो सभी इकाइयों में से दिये जायेंगे, किन्तु एक इकाई से एक से अधिक प्रश्न नहीं होगा। किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दिये जाने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **500** शब्दों से अधिक न हो। **सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं।



http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

Section A/खण्ड-अ $10\times1=10/10\times\frac{1}{2}=5$

(i) Define a subspace of vector space.

सदिश समष्टि की उपसमष्टि को परिभाषित कीजिए।

(ii) Define a direct sum of subspaces.

उपसमष्टियों के प्रत्यक्ष योग को परिभाषित कीजिए।

(iii) Define a Nullity of linear transformation.

रैखिक रूपान्तरण की शून्यता को परिभाषित कीजिए।

(iv) Define a finite dimensional vector space.

परिमित विमीय सदिश समष्टि को परिभाषित कीजिए।

(v) Define characteristic value of Matrices.

आव्यूह के अभिलाक्षणिक मान को परिभाषित कीजिए।

(vi) Find the characteristic equation of the following matrix A :

निम्न मैट्रिक्स A का अभिलाक्षणिक समीकरण ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$



http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

(vii) Define streographic projection of complex numbers.

सम्मिश्र संख्याओं का त्रिविम प्रक्षेप ज्ञात कीजिए।

(viii) Define a Harmonic functions.

प्रसंवादी फलन को परिभाषित कीजिए।

(ix) Give an example of transformation which are isogonal but not conformal.

एक ऐसे प्रतिचित्रण का उदाहरण दीजिए जो तुल्यकोण हो किन्तु अनुकोण नहीं।

(x) Define a fixed point of Bilinear transformation.

द्विरैखिक रूपान्तरण के निश्चर बिन्दु को परिभाषित कीजिए।



http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com
http://www.uokonline.com
http://www.uokonline.com
http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

Section B/खण्ड-ब

## UNIT-I/इकाई-I

2. Is the vector $\alpha = (2, -5, 3) \in V_3(R)$, a LC of the following vectors : 7

क्या $\alpha = (2, -5, 3) \in V_3(R)$ सदिश निम्न सदिशों का LC है :

$\alpha_1 = (1, -3, 2)$, $\alpha_2 = (2, -4, -1)$, $\alpha_3 = (1, -5, 7)$.

3. Prove that the intersection of two subspaces $W_1$ and $W_2$ of a vector space V(F) is also subspace of V(F). 7

सिद्ध कीजिए किसी सदिश समष्टि V(F) की दो उपसमष्टियों $W_1$ तथा $W_2$ का सर्वनिष्ठ भी V(F) की एक उपसमष्टि होती है।

## UNIT-II/इकाई-II

4. Prove that every LI subset of a finite dimensional vector space V(F) is either a basis of V or can be extended to form a basis of V. 7



http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

सिद्ध कीजिए किसी परिमित विमीय सदिश समष्टि V(F) का प्रत्येक LI उपसमुच्चय या तो V का आधार होता है या उसे V का आधार निर्मित करने के लिए विस्तृत किया जा सकता है।

5. Show that the mapping $f : V_3(F) \to V_2(F)$ which is defined by $f(a_1, a_2, a_3) = (a_1, a_2)$ is a homomorphism from $V_3$ onto $V_2$. Also find its kernal. 7

http://www.uokonline.com

सिद्ध कीजिए कि प्रतिचित्रण $f : V_3(F) \to V_2(F)$ जो $f(a_1, a_2, a_3) = (a_1, a_2)$ से परिभाषित है, $V_3$ से $V_2$ पर आच्छादक समाकारिता है। इसकी अष्टि भी ज्ञात कीजिए।

## UNIT-III/इकाई-III

6. Show that the eigen value of the matrix $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix}$ is $\pm 1$. Find the corresponding eigen vectors. 7



http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com http://www.uokonline.com http://www.uokonline.com http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

प्रदर्शित कीजिए कि मैट्रिक्स $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix}$ का आइगेन मान $\pm 1$ है। इनके संगत आइगेन सदिशों को ज्ञात कीजिए।

7. Using Cayley Hamilton theorem, to find $A^{-2}$, when : 7

कैली हेमिल्टन प्रमेय से $A^{-2}$ ज्ञात कीजिए जबकि :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

## UNIT-IV/इकाई-IV

8. For what values of $z$ do the function $w$ defined by the following equations are not analytic :

निम्न समीकरणों द्वारा परिभाषित फलन $w$, $z$ के किन मानों के लिए विश्लेषिक नहीं है :

(a) $w = \dfrac{1+z}{1-z}$

(b) $z = e^{-v}(-\cos u + i \sin u)$, $w = u + iv$.

3½+3½=7



http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

9. Prove that a stereographic projection projects circles into circles or straight lines. 7

सिद्ध कीजिए कि एक त्रिविम प्रक्षेप के अन्तर्गत वृत्तों के प्रक्षेप वृत्त या सरल रेखाएँ प्राप्त होती हैं।

## UNIT-V/इकाई-V

10. Find the invariant points and the normal form of the following bilinear transformation : 7

निम्न द्विरैखिक रूपान्तरण के निश्चर बिन्दु तथा इसका सामान्य रूप ज्ञात कीजिए :

$$w = \frac{3z-4}{z-1}.$$

11. Prove that every bilinear transformation with two fixed points $\alpha$, $\beta$ can be put in the form : 7

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक द्विरैखिक रूपान्तरण दो परिमित निश्चर बिन्दुओं $\alpha$, $\beta$ के साथ निम्न रूप में व्यक्त की जा सकती है :

$$\frac{w-\alpha}{w-\beta} = \lambda \frac{z-\alpha}{z-\beta}.$$



http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

## Section C/खण्ड-स

12. If W be a subspace of a finite dimensional vector space V(F), then prove that : 15/13

यदि W एक परिमित विमीय सदिश समष्टि V(F) की एक उपसमष्टि है तो सिद्ध कीजिए :

$$\dim (V/W) = \dim V - \dim W.$$

13. Prove that the union of two subspaces $W_1$ and $W_2$ of a vector space V(F) is a subspace if and only if either $W_1 \subset W_2$ or $W_2 \subset W_1$. 15/13

सिद्ध कीजिए कि किसी सदिश समष्टि V(F) की दो उपसमष्टियों $W_1$ तथा $W_2$ का संघ एक उपसमष्टि होता है यदिदि $W_1 \subset W_2$ या $W_2 \subset W_1$.

14. If $f(z) = u + iv$ is an analytic function of $z = x + iy$ and

$$u - v = \frac{e^y - \cos x + \sin x}{\cosh y - \cos x}$$

find $f(z)$ subject to the condition $f(\pi/2) = \frac{3 - i}{2}$. 15/13



http://www.uokonline.com

http://www.uokonline.com

यदि $f(z) = u + iv$, $z = x + iy$ का एक विश्लेषिक फलन हो तथा

$$u - v = \frac{e^y - \cos x + \sin x}{\cosh y - \cos x}$$

तो $f(z)$ ज्ञात कीजिए जबकि $f(\pi/2) = \frac{3 - i}{2}$.

15. Find the Bilinear transformation which transform the upper half plane $I_m(z) \geq 0$ onto the unit circular disc $|W| \leq 1$. 15,13

वह द्विरैखिक रूपान्तरण ज्ञात कीजिए जो अर्धतल $I_m(z) \geq 0$ को इकाई वृत्तीय चकती $|W| \leq 1$ में प्रतिचित्रित करता है।



http://www.uokonline.com