https://www.uokonline.com

This question paper contains 8 printed pages]

1525

B.A/B.Sc. (Part III) Examination, 2020

MATHEMATICS

Paper I

(Linear Algebra and Complex Analysis)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : Science 75/Arts : 66

This question paper carries three sections as under :

Section-A खण्ड 'अ' *Max. Marks-*

(Science-10/Arts-5)

This section contains ***one*** *compulsory question with 10 parts, having* ***2*** *parts from each unit, short answer in* ***20*** *words for each part.* ***All*** *questions carry equal marks.*

इस खण्ड में ***एक*** *अनिवार्य प्रश्न है जिसमें प्रत्येक इकाई से 2 लघु प्रश्न लेते हुए कुल 10 लघु प्रश्न होंगे। प्रत्येक लघु प्रश्न का उत्तर 20 शब्दों से अधिक न हो।* ***सभी*** *प्रश्नों के अंक समान हैं।*

Section-B खण्ड 'ब' ***Max. Marks-35***

(Science/Arts)

This section contains ***10*** *questions having* ***2*** *questions from each unit. Answer* ***5*** *questions (250 words each) selecting* ***one*** *question from each unit.* ***All*** *questions carry equal marks.*

इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से ***2*** *प्रश्न लेते हुये कुल* ***10*** *प्रश्न हैं।* ***प्रत्येक*** *इकाई से* ***एक*** *प्रश्न का चयन करते हुए कुल* ***5*** *प्रश्नों के उत्तर देने हैं। प्रत्येक* ***प्रश्न*** *का उत्तर* ***250*** *शब्दों से अधिक न* ***हो।*** ***सभी*** *प्रश्नों के* ***अंक*** *समान हैं।*

Section-C खण्ड 'स' ***Max. Marks-***

(Science-30/Arts-26)

This section contains ***4*** *descriptive type questions (questions may have* ***subdivisions****) covering* ***all*** *units but not more than* ***one question from each unit.*** *Answer any* ***two*** *questions (****500*** *words each).* ***All*** *questions carry equal marks.*

इस खण्ड ***में 4 प्रश्न वर्णनात्मक होंगे।*** *(****प्रश्न में उपभाग भी*** *हो सकते हैं) जो सभी* ***इकाइयों*** *में से दिये* ***जायेंगे,*** *किन्तु* ***एक*** *इकाई में से* ***एक*** *से अधिक प्रश्न नहीं होगा। कोई* ***दो*** *प्रश्नों के उत्तर दिये जाने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 500 शब्दों से अधिक न हो।* ***सभी*** *प्रश्नों के अंक समान हैं।*

https://www.uokonline.com

https://www.uokonline.com

Section A/खण्ड-अ

1. (*i*) Define Vector Space.

सदिश समष्टि को परिभाषित कीजिए।

(*ii*) Define Linearly Dependent.

एकघाततः परतन्त्र को परिभाषित कीजिए।

(*iii*) Define dimension of a Vector Space.

सदिश समष्टि की विमा को परिभाषित कीजिए।

(*iv*) Define Linear Transformation.

रैखिक रूपान्तरण को परिभाषित कीजिए।

(*v*) Define Characteristic Polynomial.

अभिलाक्षणिक बहुपद को परिभाषित कीजिए।

(*vi*) Define Minimal Polynomial.

अल्पिष्ठ बहुपद को परिभाषित कीजिए।

(*vii*) Define Analytic Function.

वैश्लेषिक फलन को परिभाषित कीजिए।

(*viii*) Define Amplitude of complex number.

सम्मिश्र संख्या के कोणांक को परिभाषित कीजिए।

(*ix*) Define Bilinear Transformation.

द्विरैखिक रूपान्तरण को परिभाषित कीजिए।

(*x*) Define conformal mapping.

अनुकोण प्रतिचित्रण को परिभाषित कीजिए।

Section B/खण्ड-ब

UNIT-I/इकाई-I

2. Show that the following vectors of $V_3(R)$ are LD.

सिद्ध कीजिए कि $V_3(R)$ के निम्न सदिश LD हैं।

$\alpha_1 = (1, 3, 2), \alpha_2 = (1, -7, -8) ; \alpha_3 = (2, 1, -1)$.

3. Prove that the union of two subspaces W_1 and W_2 of a vector space V(F) is a subspace iff either $W_1 \subset W_2$ *or* $W_2 \subset W_1$.

सिद्ध कीजिए कि किसी सदिश समष्टि V(F) की दो उपसमष्टियों W_1 तथा W_2 का संघ एक उपसमष्टि होता है यदि $W_1 \subset W_2$ या $W_2 \subset W_1$।

https://www.uokonline.com

UNIT-II/इकाई II

4. Prove that every finite dimensional vector space has a basis.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक परिमित विमीय सदिश समष्टि का एक आधार विद्यमान होता है।

5. Prove that the kernel of a linear transformation is a subspace.

सिद्ध कीजिए कि किसी रैखिक प्रतिचित्रण की अष्टि एक उपसमष्टि होती है।

UNIT-III/इकाई III

6. Find the matrix of a linear transform t on R^3 w.r. to the basis B defined as :

आधार B के सापेक्ष R^3 पर परिभाषित रैखिक रूपान्तरण t की मैट्रिक्स ज्ञात कीजिए :

$t(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, -x_1 - x_2 - 4x_3, 2x_1 - x_3)$.

$B = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]$, where $\alpha_1 = (1, 1, 1)$ $\alpha_2 = (0, 1, 1)$ $\alpha_3 = (1, 0, 1)$.

https://www.uokonline.com

7. Using Cayley Hamilton theorem, to find A^{-1}.

कैली हेमिल्टन प्रमेय से A^{-1} ज्ञात कीजिए जबकि :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

UNIT-IV/इकाई-IV

8. To prove that every closed and bounded set is compact.

प्रत्येक संवृत्त एवं परिबद्ध समुच्चय संहत होता है। सिद्ध कीजिए।

9. If $f(z) = u + iv$ is an analytic function and $u - v = e^x(\cos y - \sin y)$, then find $f(z)$ in terms of z.

यदि $f(z) = u + iv$ एक वैश्लेषिक फलन हो तथा $u - v = e^x(\cos y - \sin y)$, तो $f(z)$ को z के पदों में ज्ञात कीजिए।

UNIT-V/इकाई-V

10. Prove that every bilinear transformation maps circles or straight lines into circles or straight lines.

प्रत्येक द्विरैखिक रूपान्तरण वृत्त या सरल रेखा को, वृत्त या सरल रेखा में प्रतिचित्रित करता है।

https://www.uokonline.com

https://www.uokonline.com

11. Find the bilinear transformation which transforms the half plane $Re(z) \geq 0$ into the unit circular disc $|w| \leq 1$.

वह द्विरैखिक रूपान्तरण ज्ञात कीजिए जो अर्धतल $Re(z) \geq 0$ को इकाई वृत्तीय चक्री $|w| \leq 1$ में प्रतिचित्रित करता है।

Section C/खण्ड-स

12. If W_1 and W_2 are two subspaces of a finite dimensional vector space V(F), then prove that :

यदि W_1 और W_2 एक परिमित विमीय सदिश समष्टि V(F) की दो उपसमष्टियाँ हों तो :

$$\dim (W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim (W_1 \cap W_2).$$

https://www.uokonline.com

13. Find the eigen values and the corresponding eigen vectors of the following matrix A :

निम्न मैट्रिक्स A के आइगेन मान तथा संगत आइगेन सदिश ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}.$$

14. If $u + v = \dfrac{2\sin 2x}{e^{2y} + e^{-2y} - 2\cos 2x}$ and $f(z) = u + iv$ is an analytic function, then find $f(z)$ in terms of z.

यदि $u + v = \dfrac{2\sin 2x}{e^{2y} + e^{-2y} - 2\cos 2x}$ तथा $f(z) = u + iv$ एक वैश्लेषिक फलन हो, तो $f(z)$ को z के पदों में ज्ञात कीजिए।

15. Show that by means of transformation $w = \left(\dfrac{z - ic}{z + ic}\right)^2$ the upper half of w-plane may be made to correspond to the interior of certain semi-circle in the z-plane.

रूपान्तरण $w = \left(\dfrac{z - ic}{z + ic}\right)^2$ के माध्यम से सिद्ध कीजिये कि w-समतल का ऊपरी आधा भाग z-समतल में किसी अर्धवृत्त के अन्तःभाग के संगत दिखाया जा सकता है।