U-1525

B.A. / B. Sc. (Part-III) Examination, 2021

MATHEMATICS

Paper - I

(Linear Algebra & Complex Analysis)

Time allowed : **Three Hours**

Maximum Marks : **Science 75 Marks**
Arts 66 Marks

*This question paper contains **three** sections as under :*

SECTION-A

खण्ड–अ

1 (i) Define vector sub space of a vector space.
सदिश समष्टि की सदिश उप समष्टि को परिभाषित कीजिए ।

(ii) Define linear combination.
एकघात संचय को परिभाषित कीजिए ।

(iii) Define quotient space.
विभाग समष्टि को परिभाषित कीजिए ।

(iv) Define basis of a vector space.
सदिश समष्टि के आधार को परिभाषित कीजिए ।

(v) Define characteristics vector.
अभिलाक्षणिक सदिश को परिभाषित कीजिए ।

(vi) Define minimal polynomial.
अल्पिष्ठ बहुपद को परिभाषित कीजिए ।

(vii) Define continuity of a complex valued function. https://www.uokonline.com
सम्मिश्र मान फलक की सांतत्यता को परिभाषित कीजिए ।

(viii) Define Harmonic function.
प्रसंवादी फलन को परिभाषित कीजिए ।

(ix) Define Isogonal transformation.
तुल्याकोणी फलन को परिभाषित कीजिए ।

(x) Define fixed point of a Bilinear transformation.
द्विरैखिक रूपान्तरण के निश्चर बिन्दु को परिभाषित कीजिए ।

https://pyqlelo.com

SECTION - B
खण्ड – ब

UNIT - I
इकाई – I

2 Show that the set M of all m × n real matrices is a vector space over the field R of real numbers with respect to addition of matrices and scalar multiplication of matrices.
सिद्ध करो कि सम्पूर्ण m × n वास्तविक मैट्रिसेज का समुच्चय M वास्तविक संख्याओं के क्षेत्र R पर मैट्रिक्स योग एवं मैट्रिक्स अदिश गुणन के सापेक्ष एक सदिश समष्टि है ।

3 Show that every non empty subset of a linearly independent set of vectors is also linearly independent.
सिद्ध करो कि रैखिकतः स्वतन्त्र समुच्चय का प्रत्येक अरिक्त उपसमुच्चय भी रैखिकतः स्वतन्त्र होता है ।

UNIT - II
इकाई – II

4 In an n-dimensional vector pace V(F). show that any set of n linearly independent vectors is a basis of V.
सिद्ध करो कि किसी n विमीय सदिश समष्टि V(F) के n रैखिकतः स्वतन्त्र सदिशों का कोई भी समुच्चय V का आधार होता है ।

5 If T is a linear transformation from a vector space $V(F)$ to $V'(F)$: then show that the range of T is a sub space of V'.
यदि T सदिश समष्टि $V(F)$ से $V'(F)$ में एक रैखिक रूपान्तरण है तो सिद्ध करो कि T की परास V' की उपसमष्टि होती है ।

UNIT - III
इकाई – III

6 Find the characteristic equation of the following matrix A and verify that it is satisfied by A :
निम्न मैट्रिक्स A की अभिलाक्षणिक समीकरण ज्ञात कीजिए तथा सत्यापित कीजिए की वह A द्वारा सन्तुष्ट होती है :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

7 Show that the eigen values of the matrix $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix}$ are ± 1. Also find the corresponding eigen vectors.
प्रदर्शित कीजिए की मैट्रिक्स $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix}$ के आइगेन मान ± 1 है । इनके संगत आइगेन सदिशों को ज्ञात कीजिए ।

UNIT - IV
इकाई – IV

8 Show that the function following is not continuous at the origin :
सिद्ध कीजिए की निम्न फलन मूल बिन्दु पर संतत नहीं है :

$$f(z) = \frac{xy}{x^2 + y^2},\ (x, y) \neq (0,0), \quad f(0, 0) = 0$$

9 Show that e^z is an analytic function. Also find its derivative.
दिखलाइए कि e^z एक विश्लेषिक फलन है । इसका अवकलज भी ज्ञात कीजिए ।

UNIT - V
इकाई – V

10 What is the image of a triangular region of the Z-plane bounded by the lines $x = 0$, $y = 0$ and $\sqrt{3}x + y = 1$ under the transformation $w = e^{i\left(\frac{\pi}{3}\right)}Z$?
Z-समतल में रेखाओं x = 0, y = 0 तथा $\sqrt{3}x + y = 1$ रेखाओं से परिसीमित त्रिभुजाकार क्षेत्र का रूपान्तरण $w = e^{i\left(\frac{\pi}{3}\right)}Z$ के अन्तर्गत w–समतल में प्रतिबिम्ब क्या है ?

11 Prove that the bilinear transformation $W = \frac{az + b}{cz + d}$ is a combination of elementary transformations.
सिद्ध करो कि द्विरैखिक रूपान्तरण $W = \frac{az + b}{cz + d}$ प्रारम्भिक रूपान्तरणों का संयुक्त है ।

SECTION - C
खण्ड – स

12 If $V(F)$ is a vector space and $S = \{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n\}$ is a subset of some non zero vectors of V, then show that S is linearly dependent if and only if some of the vectors of S say α_k where $2 \leq k \leq n$. can be expressed as a linear combination of preceding one's.
यदि $V(F)$ एक सदिश समष्टि है तथा $S = \{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n\}$ V के कुछ शून्येतर सदिशों का एक उपसमुच्चय है तो सिद्ध कीजिए कि S रैखिकतः आश्रित होगा यदि और केवल यदि S का कोई सदिश माना α_k जहाँ $2 \leq k \leq n$, अपने पूर्ववर्ती सदिशों के एकघात संचय के रूप में व्यक्त किया जा सके ।

13 Prove that every linearly independent subset of a finite dimensional vector space $V(F)$ is either a basis of V or can be extended to form a basis of V.

सिद्ध कीजिए कि किसी परिमित विमीय सदिश समष्टि $V(F)$ का प्रत्येक रेखिकतः स्वतन्त्र उपसमुच्चय या तो V का आधार होता है या उसे V का आधार निर्मित करने के लिए विस्तृत किया जा सकता है ।

14 Show that a stereographic projection projects circles into circles or straight lines.

सिद्ध कीजिए कि एक त्रिविम प्रक्षेप के अन्तर्गत वृत्तों के प्रक्षेप वृत्त या सरल रेखायें प्राप्त होती है ।

15 Find the bilinear transformation that maps the points $Z_1 = \infty$, $Z_2 = i$ and $Z_3 = 0$ into the points $W_1 = 0$, $W_2 = i$ and $W_3 = \infty$ respectively.

वह द्विरैखिक रूपान्तरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $Z_1 = \infty$, $Z_2 = i$ तथा $Z_3 = 0$ को क्रमशः बिन्दुओं $W_1 = 0$, $W_2 = i$ तथा $W_3 = \infty$ में प्रतिचित्रित करता है ।
