QT-1526

B.A. / B.Sc. (Part-III) Examination, 2024

MATHEMATICS

Paper - II

(Mathematical Statistics & Linear Programming)

Time Allowed : **Three Hours**

Maximum Marks : **Science 75 Marks/ Arts 66 Marks**

Note : Non-Programmable Scientific Calculator is allowed in this paper.

*This question paper contains **three** sections as under :*

Section-A खण्ड–अ

Max. Marks (Science-10/Arts-5)

*This section contains **one compulsory** question with **10** parts, having 2 parts from each unit, short answer in **20** words for each part. All questions carry **equal** marks.*

इस खण्ड में एक अनिवार्य प्रश्न है जिसमें प्रत्येक इकाई से 02 लघु प्रश्न लेते हुये कुल 10 लघु प्रश्न होंगे। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 20 शब्दों से अधिक में न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Section-B खण्ड–ब

Max. Marks-35 (Science/Arts)

*This section contains **10** questions having **2** questions from each unit. Answer **5** questions (250 words each) selecting one question from each unit. All questions carry **equal** marks.*

*इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से **2** प्रश्न लेते हुये कुल **10** प्रश्न है। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न का चयन करते हुए कुल **5** प्रश्नों के उत्तर देने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **250** शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।*

https://pyqpaper.com

Section-C खण्ड–स Max. Marks

(Science-30/Arts-26)

*This section contains 4 descriptive type questions (questions may have sub division) covering all units but not more than one question from each unit. Answer any two questions (**500** words each). All questions carry **equal** marks.*

*इस खण्ड में 4 वर्णनात्मक प्रश्न हैं। प्रश्न में भाग भी हो सकते है जो सभी इकाइयों में से दिये गये हैं किन्तु एक इकाई में से एक से अधिक प्रश्न नहीं होगा। किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दिये जाने है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **500** शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।*

SECTION - A

खण्ड – अ

1 (i) Write Karl Pearson's coefficient of skewness.

कार्ल पियर्सन का वैषम्य गुणांक लिखिये।

(ii) Define conditional probability.

सप्रतिबंध प्रायिकता को समझाइये।

(iii) Define Random variable.

यादृच्छिक चर को परिभाषित कीजिये।

(iv) Write relation between moment generating function and cumulative generating function.

आघूर्ण जनक फलन एवं संचयी जनक फलन में सम्बंध लिखिये।

(v) Define Poisson distribution.

प्यासों बंटन को परिभाषित कीजिये।

https://pyqlelo.com

(vi) Define Normal distribution.

प्रसामान्य बंटन को परिभाषित कीजिये।

(vii) What is convex set ?

अवमुख समुच्चय क्या होता है ?

(viii) What do you understand by feasible solution (FS) of a Linear Programming Problem (LPP) ?

किसी रैखिक प्रोग्रामन समस्या का सुसंगत हल क्या होता है ?

(ix) Write dual of $min\ (z) = cx, Ax \geq b, x \geq 0$.

रैखिक प्रोग्रामन समस्या $min\ (z) = cx, Ax \geq b, x \geq 0$ की द्वैती समस्या लिखिये।

(x) Clear reduction process in Assignment problem.

नियतन समस्या में समानयन को समझाइये।

SECTION - B

खण्ड – ब

UNIT - I

इकाई – I

2 Prove that fourth central moment μ_4 of the arithmetic series

$a, a+d, a+2d, a+3d, \ldots . a+(n-1)d$ is

$$\frac{1}{240}\left(n^2-1\right)\left(3n^2-7\right)d^4$$

सिद्ध कीजिये कि निम्न समांतर श्रेणी

$a, a+d, a+2d, a+3d, \ldots . a+(n-1)d$

का चतुर्थ केंद्रीय आघूर्ण (μ_4)

$$\frac{1}{240}\left(n^2-1\right)\left(3n^2-7\right)d^4 \text{ है।}$$

https://pyqlelp.com

3 A box contains 4 red, 5 black and 6 blue balls. Two balls are drawn. If one of them ball is white, what is the probability that second ball is blue?

एक डिब्बा जिसमें 4 लाल, 5 सफेद एवं 6 नीली गेंदे हैं, दो गेंदे यादृच्छिक रूप से निकाली गयी। यदि उनमें से एक गेंद सफेद है तो दूसरी गेंद के नीली होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

UNIT - II

इकाई – II

4 Prove that for any two independent random variables x_1 and x_2 :

किन्हीं दो स्वतंत्र यादृच्छिक चरों x_1 एवं x_2 के लिये सिद्ध कीजिये :

$$\text{var}(ax_1 - bx_2) = a^2 \text{ var}(x_1) + b^2 \text{ var}(x_2)$$

5 For a distribution, the cumulants are given by

किसी प्रायिकता बंटन के लिये संचयी निम्न प्रकार है

$$k_r = n((r-1)!) \text{ for } n \in N$$

Prove that characteristic function is

सिद्ध कीजिये कि अभिलक्षणिक फलन

$\phi(t) = (1-it)^{-n}$ है।

UNIT - III

इकाई – III

6 Prove that the r^{th} moment about the origin of the binomial distribution b (x;n,p) is given by

सिद्ध कीजिये कि द्विपद बंटन b (x;n,p) के शून्य पर r^{th} आघूर्ण निम्न से प्राप्त होता है

$$\mu_r' = \left(p\frac{\partial}{\partial p} \right)^r (p+q)^n .$$

https://pyqlelo.com

7 Assuming that the distribution of heights of a group of men to be normal. Find the mean μ and standard deviation (σ); given that 84% of the men have height less than 172 cm and 68% have height between 160 cm and 172 cm.

व्यक्तियों की ऊंचाई का वितरण प्रसामान्य बंटन मानते हुये माध्य μ तथा मानक विचलन (σ) ज्ञात कीजिये जबकि 84% व्यक्तियों की ऊंचाई 172 सेमी से कम तथा 68% व्यक्ति 160 सेमी तथा 172 सेमी के मध्य हैं।

Given that area under normal curve is as

प्रसामान्य बंटन के लिये क्षेत्रफल निम्न है :

Value of z	*Area under normal curve*
.47	.18
1	.34
1.2	.38

UNIT - IV

इकाई – IV

8 Solve following LPP by graphical method :

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को लेखाचित्र विधि से हल कीजिये :

A firm plans to purchase at least 200 kg of scrap containing high quality metal P and low quality metal Q. It decides that the scarp must contain 100 kg of metal P and not more than 35 kg. of metal Q. The firm can purchase the scrap from two suppliers A and B in unlimited quantities. The percentage P and Q metal in weight in the scrap supplied by A and B is given below.

एक फर्म न्यूनतम 200 किलोग्राम कबाड़ खरीदने का विचार बनाती है जिसमें दो धातुयें – उच्च गुणवाली धातु P तथा निम्न गुण वाली धातु Q हैं तथा यह निर्णय भी करती है कि धातु A की मात्रा 100 किलोग्राम से अधिक हो तथा B की मात्रा 35 किलोग्राम से कम हो। यह कबाड़ दो आपूर्तिकर्ताओं A तथा B द्वारा किया जाता है जिसमें धातुओं की मात्रा निम्न प्रकार है।

https://pyqlelo.com

Metal (धातु)	Supplier-A आपूर्तिकर्ता-A	Supplier B आपूर्तिकर्ता-B
P	25%	75%
Q	10%	20%

The price of scrap supplied by A is Rs. 200/kg and by B is Rs. 400/kg. The firm wants to determine the quantities that it should buy from the two suppliers so that the total cost is minimize.

आपूर्तिकर्ताओं A तथा B द्वारा कबाड़ क्रमशः रुपये 200। किलोग्राम तथा रुपये 400 / किलोग्राम द्वारा किया जाता है। फर्म के लिये न्यूनतम लागत के लिये हल कीजिये।

9 Solve the following LPP :

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिये :

$$\text{Max. } (Z) = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$$

$$\text{Subject to } x_1 + 2x_2 + x_3 \le 430$$
$$3x_1 + 2x_3 \le 460$$
$$x_1 + 4x_3 \le 420 \quad \text{all } x_i \ge 0$$

UNIT - V

इकाई – V

10 Let $Max\,(z) = CX$ *s.t.* $AX \le b, X \ge 0$ be primal problem. Its dual is $Min\,(z') = b^T W$ *s.t.* $A^T W \ge C^T, W \ge 0$. If X_0 is an optimal solution of primal problem, then prove that there exist a feasible solution W_0 to the dual problem such that

$$CX_0 = b^T W_0$$

माना $Max\,(z) = CX$ *s.t.* $AX \le b, X \ge 0$ प्राथमिक समस्या है इसकी द्वैती समस्या $Min\,(z') = b^T W$ *s.t.* $A^T W \ge C^T, W \ge 0$. यदि X_0 प्राथमिक समस्या का इष्टतम हल है, तब सिद्ध कीजिये कि इसकी द्वैती समस्या का सुसंगत हल W_0 इस प्रकार विद्यमान होगा कि

$$CX_0 = b^T W_0$$

https://pyqlelo.com

11 Solve the assignment problem for maximum profit :

इष्टतम लाभ के लिये निम्न नियतन समस्या को हल कीजिये:

A company is faced with problems of assigning 4 machines to 6 different jobs (one machine one job only) two jobs may left. The profits are estimated as follows:

एक कम्पनी के पास 4 मशीन हैं एवं 6 कार्य हैं (एक मशीन द्वारा एक कार्य ही लिया जा सकता है।) दो कार्य छोड़े जा सकते हैं। इनके द्वारा अर्जित लाभ निम्न प्रकार हैं।

Machines → / Jobs ↓	A	B	C	D
1	3	6	2	6
2	7	1	4	4
3	3	8	5	8
4	6	4	3	7
5	5	2	4	3
6	5	7	6	4

SECTION - C

खण्ड – स

12 For any distribution prove :

किसी बंटन के लिये सिद्ध कीजिये :

(a) $\beta_2 > \beta_1$

(b) If x is a random such that $E(x) = 10$ and $var\ (x) = 25$, find α and β for which $y = \alpha x + \beta$ has $E(y)=0$ and $var\ (y) = 1$.

यदि x एक ऐसा चर जिसके लिये $E(x) = 10$ तथा $var\ (x) = 25$ है तब α तथा β ज्ञात कीजिये जिसके लिये $y = \alpha x + \beta$ हो तथा $E(y)=0$ तथा $var\ (y) = 1$ हो।

13 A company has four production plants A, B, C and D, which produces 30%, 20%, 22% and 28% respectively. And it is found that defective products from these plants are respectively 1%, 2%, 3% and 4%. An item is selected and found defective. Find the probability that it comes out from plant A and B.

https://pyqlelo.com

किसी कम्पनी के चार प्लांट A, B, C तथा D हैं जो क्रमशः 30%, 20%, 22% तथा 28% उत्पादन करते हैं। इनमें क्रमशः 1%, 2%, 3% तथा 4% उत्पाद दोषपूर्ण हैं। इनमें से एक इकाई का चयन किया तथा दोषपूर्ण पाया गया। वह प्रायिकता ज्ञात कीजिये कि यह उत्पाद प्लांट A तथा B का है।

14 For Poisson distribution with parameter m, prove that

प्यासों बंटन जिसका प्राचल m है के लिये सिद्ध कीजिये

$$\mu_{r+1} = mr\ \mu_{r-1} + m\frac{d\mu_r}{dm}.$$

15 Use dual simplex method to solve the following LPP. Also find solution of primal problem using this solution method.

निम्न समस्या को द्वैती समस्या द्वारा हल कीजिये तथा इसी हल से प्राथमिक समस्या का हल भी ज्ञात कीजिये।

$$\min (Z) = 3x_1 + x_2$$
$$s.t.\ x_1 + x_2 \geq 1$$
$$2x_1 + 3x_2 \geq 2,\ \ x_1, x_2 \geq 0.$$

https://pyqlelo.com