B.A./B.Sc. (Part II) EXAMINATION, 2016
MATHEMATICS
Paper III—(Mechanics)

Time Allowed : Three Hours **Maximum Marks : Science 75/Arts: 68**

Section-A/खण्ड-अ

1. (i) Write down the conditions of equilibrium of rigid body under the action of more than three forces.
तीन से अधिक बलों के अनतर्गत एक पिण्ड की साम्यावस्था के लिए व्यापक प्रतिबन्ध लिखिये।

(ii) Define angle of friction and write down is formula.
घर्षण कोण को परिभाषित कीजिये तथा इसका सूत्र लिखिये।

(iii) Define centre of gravity of rigid body.

UOKonline.com

एक दृढ़ पिण्ड के लिए गुरुत्व केन्द्र को परिभाषित कीजिये।

(iv) Define span and sag of a common catenary.
एक साधारण कैटेनरी के लिए विस्तृति एवं झोल को परिभाषित कीजिये।

(v) Define simple harmonic motion.
सरल आवर्त गति को परिभाषित कीजिये।

(vi) Define Hooke's law.
हुक के नियम को परिभाषित कीजिये।

(vii) Write down the acceleration of a particle along radial and transver direction.
एक कण का अरीय एवं अनुप्रस्थ दिशाओं में त्वरण लिखिये।

(viii) Define range and time of flight of a projectile.
किसी प्रक्षेप्य की परास एवं उड्डयन काल को परिभाषित कीजिये।

(ix) A particle is projected from the lowest point with velocity u ar moves along the inside fo a smooth vertical circle of radius a the write down the condition for tracing the complete circle by it.
एक चिकने ऊर्ध्वाधर वृत्त के सबसे नीचे के बिन्दु से एक कण u वेग से फेंका जा है जो a त्रिज्या के वृत्त के अन्दर की ओर गमन करता है, तो उसके द्वारा वृत्त का पू चक्कर लगाने का प्रतिबन्ध लिखिये। UOKonline.com

(x) Write down the Newton's experimental law of impact.
न्यूटन का प्रयोगात्मक संघट्ट का नियम लिखिये।

Section-B/खण्ड-ब

UNIT-I/इकाई-I

2. A sphere of radius a rests against a smooth vertical wall to which it attached by a string of length *l* fastened to a point on the surface. Find th tension of the string.
एक *a* त्रिज्या का चिकना गोला एक चिकनी ऊर्ध्वाधर दीवार के सहारे विराम अवस्था है। गोले की सतह के एक बिन्दु पर *l* लम्बाई की रस्सी बंधी है, जिसका दूसरा सिरा दीव के एक बिन्दु पर बंधा है। रस्सी में तनाव ज्ञात कीजिये।

3. Prove that the least force required to pull a body of weight W on a rou horizontal plane is W sin λ, where λ is angle of friction.
सिद्ध कीजिये कि W भार के एक पिण्ड को रूक्ष क्षैतिज समतल पर खींचने के लि आवश्यक न्यूनतम बल W sin λ है, जहाँ λ घर्षण कोण है।

UNIT-II/इकाई-II

4. Show that the co-ordinate of centre of gravity of the arc of the cardioi $= a(1+\cos\theta)$ ... the initial line are $\left(\frac{4a}{5}, \frac{4a}{5}\right)$.

सिद्ध कीजिये कि कार्डिऑइड $r = a(1+\cos\theta)$ के प्रारम्भिक रेखा के ऊपर के चाप

गुरुत्व केन्द्र के निर्देशांक $\left(\frac{4a}{5}, \frac{4a}{5}\right)$ हैं।

UOKonline.com

5. If the ends of links of a uniform inextensible string of length *l* hanging freely under gravity slide along a fixed rough horizontal rod whose coefficient of friction is μ. Show that atmost they can rest at a distance : *l* लम्बाई की एक एकसमान अविताम्य डोरी के सिरों पर लगी कड़ियाँ, एक स्थिर रूक्ष क्षैतिज छड़ी पर फिसलती हैं जिसका घर्षण गुणांक μ है। सिद्ध कीजिये कि ये सिरे विरामावस्था से निम्न दूरी पर होंगे:

$$\mu l \log\left[\frac{1+\sqrt{1+\mu^2}}{\mu}\right]$$

UNIT-III/इकाई-III

6. A particle moves with S.H.M. in a straight line. In the first second after starting from rest it travels a distance a and in the next second it travels a distance b in the same direction. Prove that the amplitude of motion is $\frac{2a^2}{3a-b}$ and its period is $2\pi / \cos^{-1}\left(\frac{b-a}{2a}\right)$.

एक कण सरल रेखा में सरल आवर्त गति से गतिमान है। विरामावस्था से गति आरंभ होने के प्रथम सैकण्ड में a दूरी तथा अगले सैकण्ड में b दूरी एक ही दिशा में तय करता है।

सिद्ध कीजिये कि गति का आयाम $\frac{2a^2}{3a-b}$ तथा इसका आवर्त्तकाल $2\pi / \cos^{-1}\left(\frac{b-a}{2a}\right)$ होगा।

7. A particle falls from infinity on the earth. Find its velocity on the earth's surface and on reaching the centre of the earth.
यदि कोई कण अनंत दूरी से विरामावस्था से गिर कर पृथ्वी तल पर गिरता है, तो पृथ्वी तल पर तथा पृथ्वी के केन्द्र पर पहुँचने पर उसका वेग ज्ञात कीजिये।

UNIT-IV/इकाई-IV

8. A particle describes a curve (for which s and ψ vanish simultaneously) with uniform velocity v. If the acceleration at any point is $\frac{v^2 c}{s^2+c^2}$, find the intrinsic equation of the curve.
एक कण एक वक्र में (जिसमें s तथा ψ एक साथ शून्य होते हैं) अचर वेग v से चलता है। यदि किसी बिन्दु पर उसका त्वरण $\frac{v^2 c}{s^2+c^2}$ हो, तो वक्र का नैज समीकरण ज्ञात कीजिये।

9. If v_1, v_2 be the velocities at the ends of the focal chord of a projectile's path and u be the velocity at the vertex of the path (or u be the horizontal velocity component), show that :
यदि किसी प्रक्षेप्य के वेग उसके पथ की नाभि जीवा के सिरों पर v_1 व v_2 हों और यदि पथ के शीर्ष पर वेग u (या उसका क्षैतिज वेग u) हो, तो सिद्ध कीजिये कि:

$$\frac{1}{v_1^2}+\frac{1}{v_2^2}=\frac{1}{u^2}$$

UOKonline.com

UNIT-V/इकाई-V

10. A heavy elastic ball drops from ceiling of a room and after rebounding twice from floor reaches a height equal to one half of the ceiling. Show that the coefficient of restitution is $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}}$.

एक भारी प्रत्यास्थ गेंद कमरे की छत से गिरती है और दो बार फर्श से प्रक्षिप्त होकर छत की आधी ऊँचाई तक पहुँचती है। सिद्ध कीजिये कि प्रत्यास्था गुणांक $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}}$ है।

11. A particle is projected along the inside of a smooth vertical circle of radius a from the lowest point. Show that the velocity of projection required in order that after leaving the circle the particle may pass through the centre is $\left(1+\sqrt{3}\right)\sqrt{\frac{ag}{2}}$.

एक कण को a त्रिज्या वाले चिकने ऊर्ध्वाधर वृत्त के निम्नतम बिन्दु से वृत्त के अन्दर की ओर प्रेक्षिप्त किया जाता है। सिद्ध कीजिये कि कण के वृत्त को छोड़ने के पश्चात् इसके केन्द्र से गुजरने की स्थिति में आवश्यक प्रक्षेप वेग $\left(1+\sqrt{3}\right)\sqrt{\frac{ag}{2}}$ होगा।

Section-C/खण्ड-स

12. Forces P, Q, R, act along the sides BC, CA, AB of a triangle ABC and forces P', Q', R' act along OA, OB, OC. Where O is the circumscribing circle. Prove that if the six forces, are in equilibrium, then :

$$P\cos A + Q\cos B + R\cos C = 0$$

and $$\frac{PP'}{a}+\frac{QQ'}{b}+\frac{RR'}{c}=0.$$

त्रिभुज ABC की भुजाओं BC, CA, AB के अनुदिश P, Q, R बल क्रियाशील हैं और P', Q', R' बल OA, OB, OC के अनुदिश क्रियाशील हैं, जहाँ O परिवृत्त का केन्द्र है। यदि छः बल साम्यावस्था में हैं, तो सिद्ध कीजिये कि:

$$P\cos A + Q\cos B + R\cos C = 0$$

और $\frac{PP'}{a}+\frac{QQ'}{b}+\frac{RR'}{c}=0.$

UOKonline.com

13. (a) A telegraph wire is made of a given material and such a length l is stretched between two posts, distance d apart and of the same height, so will produce the least possible tension at the posts. Show that $\ell=\frac{d}{\lambda}\sinh\lambda$, where λ is given by the equation $\lambda \tanh \lambda = 1$.

एक टेलीग्राफ तार एक दी हुई धातु से बना है तथा इसकी लम्बाई l को समान ऊँचाई के d दूरी के दो खम्भों से खींचकर इस प्रकार बांधा है कि खम्भों पर न्यूनतम तनाव होगा। प्रदर्शित कीजिये कि $\ell=\frac{d}{\lambda}\sinh\lambda$, जहाँ λ समीकरण $\lambda \tanh \lambda = 1$ से प्राप्त होता है।

(b) A particle is performing S.H.M. in the line joining two points A and B on a smooth plane and is connected with these points by elastic string of natural lengths a and a', the modulli of elasticity being λ and λ' respectively, show that the periodic time is :

एक कण एक चिकने तल पर स्थित दो बिन्दुओं A तथा B को मिलाने वाली रेखा पर सरल आवर्त गति से गतिमान है और वह इन बिन्दुओं से a तथा a' स्वाभाविक लम्बाई की प्रत्यास्थ डोरियों द्वारा बँधा हुआ है। यदि प्रत्यास्थ गुणांक क्रमशः λ तथा λ' हैं, तो सिद्ध कीजिये कि आवर्तकाल होगा:

$$2\pi\sqrt{\left\{m\left(\frac{\lambda}{a}+\frac{\lambda'}{a'}\right)^{-1}\right\}}$$

UOKonline.com

14. (a) A particle of mass m is projected vertically upwards under gravity, the resistance of air being mk times the velocity. Let V be the terminal velocity of the particle and λV is its initial velocity. If H is the greatest height attained by the particle and T, the corresponding time, then prove that :

m संहति का एक कण गुरुत्वाकर्षण के अधीन ऊर्ध्वाधर दिशा में ऊपर फेंका जाता है, वायु के प्रतिरोध वेग का mk गुना है। माना कि कण का अंतिम वेग V है तथा प्रारंभिक वेग λV है। यदि कण द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई H हो तथा संगत समय T हो तो सिद्ध कीजिये कि:

$$H=\frac{V^2}{g}\left[\lambda-\log(1+\lambda)\right], T=\frac{V}{g}\log(1+\lambda)$$

(b) A particle rests in equilibrium under the attraction of two central forces which attracts directly as the distance, their intensities being

UOKonline.com

μ and μ'. The particle is displaced slightly towards one of them, show that the time of small oscillation is :

$$\frac{2\pi}{\sqrt{\mu+\mu'}}$$

एक कण दो बल केन्द्रों जो कि दूरी के अनुक्रमानुपाती आकर्षित करते हैं और जिनकी तीव्रताएँ μ तथा μ' हैं, उनके अधीन संतुलन में हैं। कण को उनमें से एक ही ओर थोड़ा विस्थापित किया गया है, सिद्ध कीजिये कि एक लघु दोलन का काल $\frac{2\pi}{\sqrt{\mu+\mu'}}$ होगा।

UOKonline.com

15. Two equal spheres of elasticity e impinge, haivng before impact velocities u_1, v_1 in the directions of the common normal and u_2, v_2 perpendicular to this normal. If after impact the spheres move perpendicularly to each other, show that :

e प्रत्यास्थता गुणांक वाले दो समान गोले आपस में टकराते हैं। टक्कर से पूर्व उभयनिष्ठ अभिलम्ब की दिशा में उनके वेग u_1, v_1 हैं तथा अभिलम्ब के लम्बवत् दिशा में वेग u_2, v_2 हैं। यदि संघट्ट के पश्चात् गोले एक-दूसरे के लम्बवत् गति करें, तो सिद्ध कीजिये कि:

$$(u_1+v_1)^2+4u_2v_2=e^2(u_2+v_2)^2$$

○○○