This question paper contains 8 printed pages]

6156

B.Sc. B.Ed. (III Year) Examination, 2022

Paper – XIX, XX & XXI (G-B)

MATHEMATICS

Paper - I

(Linear Algebra and Complex Analysis)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 66

*This question paper contains **three** sections as under :*

Section-A **खण्ड 'अ'** ***Max. Marks-5***

*This section contains **one** compulsory question **with 10 parts**, having 2 parts from each unit, short **answer in 20 words for each part**. **All** questions carry equal marks.*

*इस खण्ड में **एक** अनिवार्य प्रश्न है जिसमें प्रत्येक इकाई **से 2** लघु प्रश्न लेते हुए **कुल 10** लघु प्रश्न होंगे। प्रत्येक लघु प्रश्न का उत्तर **20** शब्दों से अधिक में न हो। **सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं।*

Section-B **खण्ड 'ब'** ***Max. Marks-35***

*This section contains **10** questions having **2** questions from each unit. **Answer 5** questions **(250** words each) selecting **one** question from each unit **All** questions carry equal marks*

https://www.uokonline.com

*इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से **2** प्रश्न लेते हुये कुल **10** प्रश्न हैं। प्रत्येक इकाई से **एक** प्रश्न का चयन करते हुये कुल **5** प्रश्नों के उत्तर देने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **250** शब्दों से अधिक में न हो। **सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं।*

Section-C **खण्ड 'स'** ***Max. Marks-26***

*This section contains **4** descriptive type questions (questions may have sub-divisions) covering all units but not more than **one** question from each unit. Answer any **two** questions (**500** words each). **All** questions carry equal marks.*

*इस खण्ड में **4** वर्णनात्मक प्रश्न होंगे। प्रश्नों के उप-भाग भी हो सकते हैं जो सभी इकाइयों में से दिये जायेंगे, किन्तु एक इकाई से एक से अधिक प्रश्न नहीं होगा। किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दिये जाने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **500** शब्दों से अधिक न हो। **सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं।*

Section A/खण्ड-अ 5

1. (*i*) Define vector space.

सदिश समष्टि को परिभाषित कीजिए।

(*ii*) Define linear span.

एकघातीय विस्तृति को परिभाषित कीजिए।

https://www.uokonline.com

(iii) Define basis of a vector space.

सदिश समष्टि के आधार को परिभाषित कीजिये।

(iv) Define Linear Transformation.

रैखिक रूपान्तरण को परिभाषित कीजिए।

(v) Define characteristic polynomial.

अभिलाक्षणिक बहुपद को परिभाषित कीजिए।

(vi) Define minimal polynomial.

अल्पिष्ट बहुपद को परिभाषित कीजिए।

(vii) Define analytic function.

विश्लेषिक फलन को परिभाषित कीजिए।

(viii) Define amplitude of complex number.

सम्मिश्र संख्या के कोणांक को परिभाषित कीजिए।

(ix) Define Bilinear Transformation.

द्विरैखिक रूपान्तरण को परिभाषित कीजिए।

(x) Define conformal mapping.

अनुकोण प्रतिचित्रण को परिभाषित कीजिए।

UNIT-I/इकाई-I

2. Prove that the intersection of two subspaces w_1 and w_2 of a vector space V(f) is also a subspace of V(f).

सिद्ध कीजिए कि किसी सदिश समष्टि V(f) की दो उपसमष्टियों w_1 तथा w_2 का सर्वनिष्ठ भी V(f) की एक उपसमष्टि होती है।

3. If possible, express the vector $\alpha = (0, 4, 20) \in V_3(R)$ as a linear combination of the following vectors :

यदि संभव हो तो सदिश $\alpha = (0, 4, 20) \in V_3(R)$ को निम्न सदिशों के एकघात संचय के रूप में व्यक्त कीजिए :

$$\alpha_1 = (2, 1, -1), \alpha_2 = (-1, 0, 3), \alpha_3 = (0, 1, 5)$$

UNIT-H/इकाई-II

4. Prove that every finite dimensional vector space has a basis.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक परिमित विमीय सदिश समष्टि का एक आधार विद्यमान होता है।

https://pyqlelo.com

5. Prove that the Kernel of a linear transformation is a subspace.

सिद्ध कीजिए कि किसी रैखिक प्रतिचित्रण की अष्टि एक उपसमष्टि होती है।

UNIT-III/इकाई-III

6. Show that the following matrix A satisfy Cayley-Hamilton theorem. Hence find its inverse A^{-1} :

प्रदर्शित कीजिए कि निम्न मैट्रिक्स A कैली-हेमिल्टन प्रमेय को संतुष्ट करती है। फलतः उसकी प्रतिलोम मैट्रिक्स A^{-1} ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

7. Calculate $2A^5 - 3A^4 + A^2 - 4I$ where :

गणना कीजिए $2A^5 - 3A^4 + A^2 - 4I$ जहाँ :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

UNIT-IV/इकाई-IV

8. Prove that every closed and bounded set is compact.

प्रत्येक संवृत एवं परिबद्ध समुच्चय संहत होता है, सिद्ध कीजिए।

[Contd....

https://www.uokonline.com

9. If $f(z) = u + iv$ is an analytic function and $u - v = e^x (\cos y - \sin y)$, then find $f(z)$ in terms of z.

यदि $f(z) = u + iv$ एक वैश्लेषिक फलन हो तथा $u - v = e^x (\cos y - \sin y)$ तो $f(z)$ को z के पदों में ज्ञात कीजिए।

UNIT-V/इकाई-V

10. Prove that the bilinear transformation $w = \frac{az + b}{cz + d}$ is a combination of elementary transformations.

सिद्ध कीजिए कि द्विरैखिक रूपान्तरण $w = \frac{az + b}{cz + d}$ प्रारम्भिक रूपान्तरणों का संयुग्म है।

11. Find all the Mobius transformation which transform the unit circular disc $|z| \leq 1$ into unit circular disc $|w| \leq 1$.

वे सभी मोबियस रूपान्तरण ज्ञात कीजिए जो इकाई वृत्त चक्रीय $|z| \leq 1$ को इकाई वृत्त चक्रीय $|w| \leq 1$ में रूपान्तरित करती है।

12. If w_1 and w_2 are two subspaces of a finite dimensional vector space V(f), then prove that :

यदि w_1 और w_2 एक परिमित विमीय सदिश समष्टि V(f) की दो उपसमष्टियाँ हों तो :

$$\dim(w_1 + w_2) = \dim w_1 + \dim w_2 - \dim(w_1 \cap w_2)$$

13. Find the eigen values and the corresponding eigen vectors of the following matrix A :

निम्न मैट्रिक्स A के आइगेन मान तथा संगत आइगेन सदिश ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

14. If $u + v = \dfrac{2\sin 2x}{e^{2y} + e^{-2y} - 2\cos 2x}$ and $f(z) = u + iv$ is an analytic function, then find $f(z)$ in terms of z.

यदि $u + v = \dfrac{2\sin 2x}{e^{2y} + e^{-2y} - 2\cos 2x}$ तथा $f(z) = u + iv$ एक वैश्लेषिक फलन हो, तो $f(z)$ को z के पदों में ज्ञात कीजिए।

15. Show that by means of transformation $w = \left(\dfrac{z - ic}{z + ic}\right)^2$ the upper half of w-plane may be made to correspond to the interior of certain semicircle in the z-plane.

रूपान्तरण $w = \left(\dfrac{z - ic}{z + ic}\right)^2$ के माध्यम से सिद्ध कीजिए कि w-समतल का ऊपरी आधा भाग z-समतल में किसी अर्धवृत्त के अन्त: भाग के संगत दिखाया जा सकता है ?

[Contd....

https://www.uokonline.com