UC-6156

B. Sc. B. Ed. - III Year Examination, 2023

Paper - XIX, XX & XXI (G-B)

Mathematics

Paper - I

Linear Algebra & Complex Analysis

Time Allowed : **Three Hours**

Maximum Marks : **66**

Note : *The question paper contains three sections as under :*

Section-A ***खण्ड–अ*** ***Max. Marks-5***

This section contains one compulsory question with 10 parts, having 02 parts from each unit, short answer in 20 words for each part. All questions carry equal marks.

इस खण्ड में एक अनिवार्य प्रश्न है जिसमें। प्रत्येक इकाई से 02 लघु प्रश्न लेते हुये कुल 10 लघु प्रश्न होंगे। प्रत्येक लघु प्रश्न का उत्तर 20 शब्दों से अधिक में न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Section-B ***खण्ड–ब*** ***Max. Marks-35***

This section contains 10 questions having 02 questions from each unit. Answer 5 questions (250 words each) selecting one question from each unit. All questions carry equal marks.

इस खण्ड में प्रत्येक इकाई 02 प्रश्न लेते हुये कुल 10 प्रश्न है। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न का चयन करते हुये कुल 05 प्रश्नों के उत्तर देने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक में न हो । सभी प्रश्नों के अंक समान हैं ।

Section-C ***खण्ड–स*** ***Max. Marks-26***

This section contains 04 descriptive type questions (questions may have sub-divisions) covering all units but not more than one question from each unit. Answer any two questions (500 words each). All questions carry equal marks.

इस खण्ड में 04 वर्णनात्मक प्रश्न होंगे। प्रश्न में भाग भी हो सकते हैं जो सभी इकाइयों में से दिये जायेंगे, किन्तु एक इकाई में से एक से अधिक प्रश्न नहीं होगा। कोई दो प्रश्नों के उत्तर दिये जाने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 500 शब्दों से अधिक न हो । सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

https://pyqpoint.com

SECTION - A

खण्ड – अ

1 (i) Define Internal and External operations.
आन्तरिक एवं बाह्य संक्रियाओं को परिभाषित कीजिये।

(ii) Define linear span and linear independence of vectors.
एक घातीय विस्तृति एवं सदिशों की रैखिक स्वतंत्रता को परिभाषित कीजिये।

(iii) Define finite dimensional vector space.
परिमित विमीय सदिश समष्टि को परिभाषित कीजिये।

(iv) Define Range space of linear transformation.
रैखिक रूपान्तरण की परास समष्टि को परिभाषित कीजिये।

(v) Define characteristic value problem.
अभिलाक्षणिक मान समस्या की परिभाषा दीजिये।

(vi) Define characteristic equation.
अभिलाक्षणिक समीकरण को परिभाषित कीजिये।

(vii) Define complex function.
सम्मिश्र फलन को परिभाषित कीजिये।

(viii) Define analytic function.
विश्लेषिक फलन को परिभाषित कीजिये।

(ix) Define invariant points of a bilinear transformation.
द्विरैखिक रूपान्तरण के निश्चर बिन्दुओं को परिभाषित कीजिये।

(x) Write normal form of a bilinear transformation.
द्विरैखिक रूपान्तरण के सामान्य रूप को लिखिये।

SECTION - B

खण्ड – ब

UNIT - I

इकाई - I

2 Show that the set

$W = \{(a, b, c) | a - 3b + 4c = 0;\ a, b, c \in R\}$ of 3-tuples is a subspace of the vector space $V_3(R)$.

सिद्ध कीजिये कि समुच्चय

$W = \{(a, b, c) | a - 3b + 4c = 0;\ a, b, c \in R\}$

3 -तुपलों के सदिश समष्टि $V_3(R)$ का एक उपसमष्टि है।

3 Show that the following matrices in the vector space M(R) of all 2×2 matrices are Lineonly Independent.
सिद्ध कीजिये कि 2×2 आकार की मैट्रिसेज की सदिश समष्टि M(R) में निम्न मैट्रिसेज L.I. है।

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},\ A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

UNIT - II
इकाई - II

4 Prove that the set $S = \{a + ib, c + id\}$ is a basis set of the vector space $C(R)$ if and only if $(ad - bc) \neq 0$.
सिद्ध कीजिये कि समुच्चय $S = \{a + ib, c + id\}$ सदिश समष्टि $C(R)$ का एक आधार समुच्चय है। यदि और केवल यदि $(ad - bc) \neq 0$.

5 Prove that the Kernal of a Linear Transformation is a subspace of a vector space.
सिद्ध कीजिये कि रैखिक प्रतिचित्रण की अष्टि सदिश समष्टि की एक उपसमष्टि होती है।

UNIT - III
इकाई - III

6 Cayley Hamilton theorem to find A^{-2} when;
कैले हैमिलटन प्रमेय से A^{-2} ज्ञात कीजिये, जब;

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

7 Prove that the Eigen values of a unitary matrix are of unit - modulus.
सिद्ध कीजिये कि एक ऐकिक मैट्रिक्स के आइगेन मान इकाई मापांक के होते हैं।

UNIT - IV
इकाई - IV

8 Prove that the triangle joining three points z_1, z_2 and z_3 on the Argand diagram is equilateral, if
सिद्ध कीजिये कि अर्जेण्ड आलेख में z_1, z_2 तथा z_3 बिन्दुओं को मिलाने वाला त्रिभुज समबाहु त्रिभुज है, यदि

$$z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1$$

9 If $f(z) = u + iv$ is an analytic function and $u - v = e^x (\cos y - \sin y)$, then find $f(z)$ in term of z.
यदि $f(z) = u + iv$ एक विश्लेषिक फलन हो तथा $u - v = e^x (\cos y - \sin y)$ हो, तो $f(z)$ को z के पदों में ज्ञात कीजिये।

UNIT - V
इकाई - V

10 Find the image of the infinite strip $\frac{1}{4} < y < \frac{1}{2}$ under the transformation $w = \frac{1}{z}$.

रूपान्तरण $w = \frac{1}{z}$ के अन्तर्गत अनन्त पट्टी $\frac{1}{4} < y < \frac{1}{2}$ का प्रतिबिम्ब ज्ञात कीजिये।

11 Find the bilinear transformation which maps the points $z_1 = 2$, $z_2 = i$, $z_3 = -2$ into the points $w_1 = 1$, $w_2 = i$, and $w_3 = -1$ respectively.
वह द्विरैखिक रूपान्तरण ज्ञात कीजिये जो बिन्दुओं $z_1 = 2$, $z_2 = i$ तथा $z_3 = -2$ को क्रमशः $w_1 = 1$, $w_2 = i$ तथा $w_3 = -1$ में प्रतिचित्रित करता है।

SECTION - C

खण्ड – स

12 Prove that the necessary and sufficient condition for a non-void subset w of a vector space $V(F)$ to be a subspace of $V(F)$ is -
सिद्ध कीजिये कि किसी सदिश $V(F)$ के एक अरिक्त उपसमुच्चय w के लिये $V(F)$ की एक उपसमष्टि होने के लिये आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध है।

$a, b \in F$ and $\alpha, \beta \in W \Rightarrow a\alpha + b\beta \in W$

https://www.uokonline.com

13 Prove that two finite dimensional vector spaces V and V' over the same field F are isomorphic if and only if they have same dimension.
सिद्ध कीजिये कि एक ही क्षेत्र F पर दो परिमित विमीय सदिश समष्टियाँ V तथा V' तुल्यकारी हैं यदि और केवल यदि उनकी विमाएं समान हो।

14 The sufficient condition for a function $w = f(z) = u(x, y) + i\,v(x, y)$ to be analytic in a domain D is that the partial derivative of u and v are continuous and satisfy Cauchy-Riemann equation.
फलन $w = f(z) = u(x, y) + i\,v(x, y)$ के किसी प्रांत D में विश्लेषिक होने के लिये पर्याप्त प्रतिबंध है कि u और v के आंशिक अवकलज सतत है तथा कोशी – रीमान समीकरण को संतुष्ट करते हैं।

15 If $W = f(z)$ is a conformal mapping of a domain D in the Z-plane into a D' of the w-plane, then $f(z)$ is an analytic function of z in D.
यदि $W = f(z)$, z–समतल के डोमेन D से w–समतल के डोमेन D' में अनुकोण प्रतिचित्रण है, तो $f(z)$, D में z का विश्लेषिक फलन होता है।